

# IL NUOVO CIMENTO

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SOTTO GLI AUSPICI DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE

VOL. XI, N. 3

Serie nona

1° Marzo 1954

## Fluctuations in the Transition Curves of Cosmic Ray Electrons.

L. BERTANZA and G. MARTELLI

*Istituto di Fisica dell'Università - Pisa*

*Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sottosezione di Pisa*

(ricevuto il 19 Dicembre 1953)

**Summary.** — Some results of a research designed to investigate the electromagnetic cascade are given. Transition curves of cosmic ray electrons at sea level have been determined with a great accuracy, using various thicknesses of lead. The results for showers containing *at least*  $n$  particles ( $n = 1, 2, 3, 4$ ) are compared with the theoretical curves deduced from the Arley cascade model. The experimental results show that the fluctuation distribution fits considerably better the Pólya rather than the Poisson distribution.

### 1. — Introduction.

When making calculations on the development of the cascade showers, which is a typical statistical phenomenon, there are several fluctuation models which may be applied to the problem, each giving different results. This fluctuation problem has been first met in the interpretation of cosmic ray showers, but the importance of the question as to which of these different models is valid, is connected also with the fact that in many experiments performed with large machines, a way of measuring the energies of  $\gamma$ -rays, is made possible by measurements on their showers.

In this work we have tried to determine experimentally which fluctuation model seems to be more applicable to the cascade problem, by making very accurate measurements of the shape of the transition curves of the electronic component of the cosmic radiation at sea level.

There are several theories <sup>(1)</sup>, which enable us to calculate the mean

<sup>(1)</sup> For a complete survey on this subject see, for instance, B. Rossi: *High Energy Particles* (New York, 1952), pag. 214 foll.

number  $\bar{N}(t)$  of secondary electrons which are produced by parent electrons or photons of the cosmic radiation in a layer of matter of a given thickness  $t$ . When this phenomenon is investigated experimentally by means of G.M. counters, the resulting curves, i.e. the Rossi curves, give the probabilities as a function of the thickness  $t$  of obtaining showers containing *at least one, at least two,...* electrons, depending on the experimental arrangement. In order to compare the theoretical with the experimental results, we cannot confine ourselves to the consideration of the mean numbers  $\bar{N}(t)$ , but must evaluate directly the probabilities themselves of obtaining showers with *only one, only two,...* electrons.

It is practically impossible to solve this fluctuation problem in an exact way, but it is possible to get different approximate solutions, depending on what assumptions are made. BHABHA and HEITLER <sup>(2)</sup> assumed the genetical independence of the particles in the showers: it is only under this drastic simplification that the statistical distribution of the fluctuations around the  $\bar{N}$  values follows the Poisson law. However, the hypothesis is clearly too rough to be acceptable: it can easily be seen, for example, that in this way the fluctuations are underestimated.

Other models have been introduced by FURRY <sup>(3)</sup>, ARLEY <sup>(4)</sup>, and by MESSEL <sup>(5)</sup>

Though not entirely satisfactory, Arley's procedure seems to be, up to date, the most complete way of treating this problem. ARLEY developed a method similar to that employed by BHABHA and HEITLER, but on the basis of much more accurate hypotheses, he finds the differential relationships among the functions  $P(m, n, t)$  which represent the probabilities of finding, under a given layer  $t$  of material,  $m$  particles of a certain type (e.g. electrons) and  $n$  particles of the other type (e.g. photons), generated by a parent particle of a given energy.

In order to get a numerical solution of the problem, and after having defined as *marginal distributions* the

$$P(m, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P(m, n, t) \qquad P(n, t) = \sum_{m=0}^{\infty} P(m, n, t)$$

he assumes, and later partly justifies, that the Pólya distribution

$$P(0, t) = 1 + b\lambda t^{-1/b}$$

$$P(n, t) = \frac{\lambda t}{1 + b\lambda t} \frac{1(1+b) \dots [1 + (n-1)b]}{n!} P(0, t), \qquad (b \geq 0; \lambda t \geq 0),$$

<sup>(2)</sup> H. J. BHABHA and W. HEITLER: *Proc. Roy. Soc.*, **159**, 432 (1937).

<sup>(3)</sup> W. H. FURRY: *Phys. Rev.*, **52**, 569 (1937).

<sup>(4)</sup> N. ARLEY: *Stochastic Processes and Cosmic Radiation* (New York, 1948).

<sup>(5)</sup> H. MESSEL: *Proc. Phys. Soc.*, **65**, 465 (1952).



is a good approximation of the marginal distributions if, for each value of the parameter  $t$ , one adjusts the two Pólya parameters  $b$  and  $\lambda$ , in such a way that the first and the second moments of the Pólya distribution give the same values as the first and the second moments of the probability distributions calculated from the model.

Although the procedure is mathematically rather complicated, it solves, from a practical point of view, the problem of the fluctuations for the cascade model proposed by the author.

In order to make a practical comparison with the experimental transition curves of cosmic rays, ARLEY calculates the theoretical transition curves in two cases: a) assuming that the Pólya distribution is valid; b) assuming that the Poisson distribution is valid.

The resulting curves, *after integration over the primary energy spectrum*, do not vary very much from model to model. For this reason, an experiment designed to investigate this aspect of the problem, must be calculated very carefully and the measurements must be carried out with a great accuracy.

With one exception <sup>(6)</sup> which will be discussed later, no experiment has been explicitly designed with the purpose of making this comparison. Attempts have been made, however, to apply the results of *other* experiments <sup>(7)</sup> on cosmic ray electrons to the fluctuation problem, but an analysis of these experiments shows that they cannot give a direct answer, because either the geometrical arrangement is not very suitable for this purpose, or the separation of the different components of the cosmic radiation is not sufficient, or the statistics are not rich enough, or the definition of path length of the particles is not very good (in some cases there is as much as 40% difference in path length). Moreover the results of AUGER *et al.* <sup>(8)</sup>, used by ARLEY for a comparison with his theoretical curves, and deduced from measurements carried out at 3500 m on sea level are not corrected for all the contributions of the various background phenomena occurring at that altitude.

At present, the experiment of DELLA CORTE <sup>(6)</sup> is, from many points of view, the most suitable for this comparison. He gives, amongst other results, the transition curve for showers generated by electrons and containing *at least three* particles. The agreement between this curve and the theoretical one calculated by ARLEY on the assumption of the validity of the Pólya distribution is remarkable, but the incertitude is still great for other curves, because of the statistical errors.

---

<sup>(6)</sup> M. DELLA CORTE: *Nuovo Cimento*, **3**, 142 (1946).

<sup>(7)</sup> A. SCHWEGLER: *Zeits. f. Phys.*, **96**, 62 (1935); N. NERESON: *Phys. Rev.*, **61**, 111 (1942).

<sup>(8)</sup> P. AUGER, L. LEPRINCE-RINGUET and P. EHRENFEST: *Journ. Phys. Rad.*, **7**, 57 (1936).

Furthermore, in order to make a good comparison with the theory, it is very desirable to make measurements for showers with different numbers of particles, since the relative heights and the reciprocal positions of the maxima of the curves give strong indications as to which of the different types of statistics is valid.

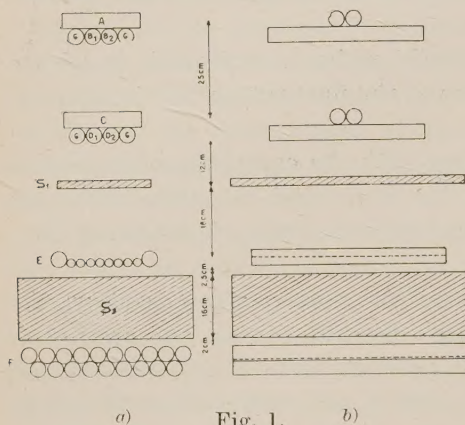


Fig. 1. a) b)

The arrangement of the counters and the layers of lead is represented in fig. 1a and 1b. The events were recorded as shown in the block diagram of fig. 2.

The measurements have been carried out in Pisa, on the roof of the Physics Department (60 m on s.l.), under 1,5 g/cm<sup>2</sup> of aluminium and wood.

Geiger counters A, B, C, D, with brass walls 1 mm thick, 4 cm diameter and 50 cm length<sup>(9)</sup> are connected to a coincidence circuit registering the events corresponding to the discharge of one counter A and one counter C in a vertical plane, together with the discharge of one counter B and one counter D in an other vertical plane, perpendicular to the first one. Therefore a particle, to be detected, had to be vertical within  $\pm 8^\circ$ . With such a geometry we have been able to satisfy the conditions mentioned in the introduction.

The shower generator consisted of a

## 2. - Experimental arrangement.

We have designed the apparatus to measure directly the transition curves for showers generated by electrons and containing *at least one, at least two, at least three and at least four* electrons in such a way as to eliminate each source of errors as far as possible.

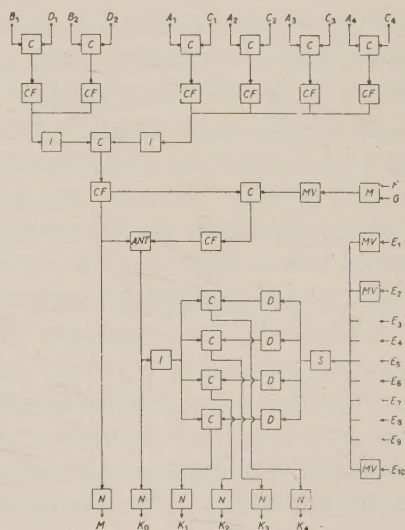


Fig. 2. - C coincidence; CF Cathode-follower; I Inverter; MV One shut multivibrator; ANT Anticoincidence; M Mixer; S Sum circuit; D Discriminating circuit; N Counting circuit.

<sup>(9)</sup> By «length» it is understood that we refer to «efficient length» of the counter.



variable layer  $S_1$  of lead, placed under the «head-arrangement» described above. The Geiger counters  $E$  (eight of  $2 \times 50 \text{ cm}^2$  and two of  $4 \times 50 \text{ cm}^2$ ) were connected to a sum circuit with  $\sim 1 \mu\text{s}$  resolving time: at the output of this circuit we had signals of different heights corresponding to the simultaneous discharge of *at least one, at least two, at least three, at least four*  $E$  counters.

A large layer  $S_2$  of lead, 16 cm thick, is placed under the  $E$  counters. Counters  $F$  and  $G$  are used as «anticounters».

The following coincidences and anticoincidences are registered:

$$M = (A_i B_j C_i D_j)$$

$$K_0 = (M - (F + G))$$

$$K_1 = (K_0 \text{ in coincidence with at least one of } E \text{ counters})$$

. . . . .

$$K_4 = (K_0 \text{ in coincidence with at least four of } E \text{ counters}).$$

The frequencies of these events, deduced from 3113 hours of effective measurements (during the period January-September 1953), are given in Tab. I.

TABLE I.

$L$	$l$	$M$	$K_0$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$
0	1.37	$2.095 \pm .011$	$0.490 \pm 0.0056$	$0.349 \pm 0.005$	$0.067 \pm 0.002$	$0.0220 \pm 0.0014$	$0.0077 \pm 0.0008$
1	2.78	$2.129 \pm 0.010$	$0.509 \pm 0.005$	$0.295 \pm 0.004$	$0.073 \pm 0.002$	$0.0323 \pm 0.0015$	$0.0148 \pm 0.0010$
2	4.03	$2.094 \pm 0.011$	$0.5075 \pm 0.0054$	$0.272 \pm 0.004$	$0.070 \pm 0.002$	$0.0339 \pm 0.0015$	$0.0168 \pm 0.0011$
3	5.29	$2.128 \pm 0.010$	$0.5075 \pm 0.0067$	$0.245 \pm 0.003$	$0.062 \pm 0.0016$	$0.0300 \pm 0.0012$	$0.0185 \pm 0.0010$
4	6.55	$2.109 \pm 0.011$	$0.516 \pm 0.006$	$0.231 \pm 0.004$	$0.052 \pm 0.0019$	$0.0275 \pm 0.0015$	$0.0169 \pm 0.0011$
6	9.06	$2.143 \pm 0.011$	$0.5205 \pm 0.0052$	$0.2195 \pm 0.0034$	$0.037 \pm 0.0014$	$0.0177 \pm 0.0011$	$0.0099 \pm 0.0008$
12	16,6	$2.143 \pm 0.017$	$0.556 \pm 0.008$	$0.184 \pm 0.005$	$0.0165 \pm 0.0015$	$0.0062 \pm 0.0010$	$0.0027 \pm 0.0007$
24	31,7	$2.214 \pm 0.021$	$0.610 \pm 0.011$	$0.177 \pm 0.006$	$0.0107 \pm 0.0014$	$0.0036 \pm 0.0008$	$0.0024 \pm 0.0007$

$L$  number of plates of lead.

$l$  thickness of the generator in shower units.

### 3. - Corrections.

These data (whose significance will be discussed in the following paragraph), must be corrected for background effects and for geometrical errors.

a) The number of side showers and atmospheric showers contributing to the background effects, has been measured by displacing the head-counters *A*, *B*, *C*, *D* in such a way, that the solid angle subtended by them, did not encounter either the *F* anticoincidence counters or the *E* counters. The results of the measurements carried out in this way are recorded in Tab. II.

TABLE II.

<i>L</i>	<i>l</i>	<i>K</i> <sub>1</sub>	<i>K</i> <sub>2</sub>	<i>K</i> <sub>3</sub>	<i>K</i> <sub>4</sub>
0	1.37	0.056 ± 0.003	0.013 ± 0.001	0.0043 ± 0.0008	0.0020 ± 0.0005
1	2.78	0.050 ± 0.003	0.012 ± 0.002	0.0043 ± 0.0008	0.0013 ± 0.0004
2	4.03	0.050 ± 0.003	0.012 ± 0.002	0.0036 ± 0.0008	0.0020 ± 0.0006
6	9.06	0.052 ± 0.004	0.014 ± 0.002	0.0040 ± 0.0011	0.0022 ± 0.0008
12	16.6	0.043 ± 0.003	0.011 ± 0.002	0.0030 ± 0.0009	0.0012 ± 0.0006
24	31.7	0.049 ± 0.004	0.012 ± 0.002	0.0025 ± 0.0009	0.0013 ± 0.0006

*L* number of plates of lead.  
*l* thickness of the generator in shower units.

b) In order to evaluate the geometrical corrections we arranged the *E* counters as represented in fig. 3. Thus we could control experimentally that the number of particles « escaping » from the *E* counters was really as small as estimated (only a few percent). This estimate has been carried out using the theoretical distribution functions <sup>(10)</sup> of electrons in the showers <sup>(11)</sup>.

<sup>(10)</sup> S. FRANCHETTI: *Nuovo Cimento*, **10**, 551 (1953).

<sup>(11)</sup> Previous measurements taken essentially with the same apparatus show that the angular distribution under different thicknesses of lead, fits well the theoretical distribution.



c) Since our data are referred to showers of *at least*  $n$  particles, a comparison between experimental and theoretical values can be made, if we know the probability that  $n$  particles will discharge  $m \leq n$  of the  $E$  counters. Calling  $G(n, m)$  such probabilities, the transition curves may be correctly represented by

$$(1) \quad P(\geq n, t) = \sum_{i=n}^{\infty} [P(i, t) \sum_{m=n}^{\infty} G(i, m)],$$

where  $P(i, t)$  represents the probabilities of finding a shower of *exactly*  $i$  particles under a given layer  $t$  of material, and  $P(\geq n, t)$  represent the corresponding probabilities for registering showers of *at least*  $n$  particles.

The  $G(n, m)$  values depend mainly on the geometrical arrangement of the counters and on the angular distribution of the particles in the showers. Since the  $P(\geq n, t)$  do not depend very strongly upon this angular distribution, in order to simplify our calculation and to use recurrent formulae, we have assumed a random distribution of the particles in the shower <sup>(12)</sup>.

It follows that if  $T$  is the total number of counters, the probability for  $n$  particles to discharge  $m$  of the  $T$  counters is <sup>(13)</sup>

$$G(n, m) = G(n-1, m) \left[ G(1, 1) \left( \frac{m}{T} - 1 \right) + 1 \right] + G(n-1, m-1) \frac{T-m+1}{T} G(1, 1)$$

$$G(n, m) = 0 \quad \text{for } n < m.$$

The  $G(1, 1)$  has been taken equal to 0.85 (and therefore  $G(1, 0) = 0.15$ ) as obtained from a calculation in which we have taken into account the inefficient region due to the counter walls and the percentage of particles lost (see paragraph b).

In order to get the values of the  $P(i, t)$  for  $i > 4$ , we have extrapolated the values given by ARLEY up to  $i = 10$ . Thus we could verify that in the calculation of Eq. (1) for  $n = 1, 2, 3$ , the contribution of the single terms after the fourth, can be expressed as a residual, whereas for  $n = 4$  the single  $P(i, t)$  values cannot be neglected until the ninth term.

The  $P(\geq n, t)$  calculated with such a procedure for showers containing

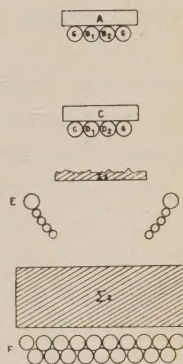


Fig. 3.

<sup>(12)</sup> This assumption does not affect very much the final values of the  $P(\geq n, t)$ , as we controlled for some values of the variables of eq. (1).

<sup>(13)</sup> This formula follows in a very simple way from elementary consideration on the probabilities. Similar formulae are given also by L. MEZZETTI and R. QUERZOLI (*Nuovo Cimento*, 8, 768 (1951)) and by M. DELLA CORTE (*Rend. Acc. Lincei*, 2, 311 (1947)).

at least  $n$  particles ( $n = 1, 2, 3, 4$ ) are tabulated in table III, where the thicknesses  $t$  are expressed in shower units  $l$ .

#### 4. - Discussion of the results.

We may recall that the  $M$  signal (see table I), corresponds to the passage of a vertical ionizing particle through the four counters of the head-arrangement: since the experiment has been performed at sea level, such a particle, in practice, is either a  $\mu$ -meson or an electron.

$K_0$  is the experimental frequency of particles stopped before the  $F$  counters: from table I we can see that it increases from the value  $0.49 \pm 0.0056$  for  $S_1 = 0$  cm Pb, to  $0.61 \pm 0.01$  for  $S_1 = 12$  cm Pb, whereas  $K_1$  (which is the

TABLE III.

$l \backslash n$		1	2	3	4
0	Pólya	.85	0	0	0
	Poisson	.85	0	0	0
1	Pólya	.802	.236	.085	.008
	Poisson	.814	.272	.056	.025
2	Pólya	.717	.360	.189	.086
	Poisson	.780	.470	.227	.096
3	Pólya	.663	.403	.268	.172
	Poisson	.780	.534	.336	.179
5	Pólya	.513	.328	.233	.150
	Poisson	.722	.512	.363	.275
7	Pólya	.373	.240	.180	.139
	Poisson	.565	.356	.299	.281
10	Pólya	.178	.124	.097	.082
	Poisson	.233	.116	.091	.084
14	Pólya	.072	.026	.015	.011
	Poisson	.128	.017	.008	.006

frequency of the particles stopped in the absorber  $S_2$  (after having crossed  $S_1$ ) decreases to a constant value  $0.177 \pm 0.006$  for  $S_1 = 12$  cm Pb (where  $S_2 = 16$  cm Pb).



If we assume that this constant value is given only by  $\mu$ -mesons, than we ought to be able to predict that the increase of  $K_0$  should be:

$$\frac{0.177 \pm 0.006}{16} \cdot 12 = 0.133 \pm 0.005 \quad (\text{counts/min})$$

to be compared with

$$(0.61 \pm 0.01) - (0.49 \pm 0.005) = 0.12 \pm 0.011 \quad (\text{counts/min})$$

which is in fact the observed value.

As a further control we can evaluate the rate of  $\mu$ -mesons stopped in  $S_1 + S_2$  from the differential range spectrum on the vertical. At low energies this spectrum is flat, and its constant value at our latitude is about  $4.5 \cdot 10^{-6}$   $\mu$ -mesons/sterad  $\cdot$  cm<sup>2</sup>  $\cdot$  s  $\cdot$  g<sub>Pb</sub> <sup>(14)</sup>: if we take into account the geometry of our arrangement (see fig. 1a and 1b) we should expect 0.28  $\mu$ -mesons/min, in very good agreement with the value

$$(0.177 \pm 0.006) + (0.12 \pm 0.011) = 0.297 \pm 0.013$$

given by our results. Because of the flatness of the spectrum, we are able to assume that this contribution of  $\mu$ -mesons to the  $K_1$  rate is constant for various thicknesses of  $S_1$ . The difference between the experimental points of  $K_1$  and the constant value 0.177 gives us the *uncorrected* curve for the showers containing *at least one* electron. These values, and the  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $K_4$  values (see table I) are reported in table IV, corrected for the background effects of table II. The corresponding points are plotted in fig. 4 to 7 respectively, and compared with Pólya's and Poisson's theoretical curves, calculated as described in the preceding paragraph (table III).

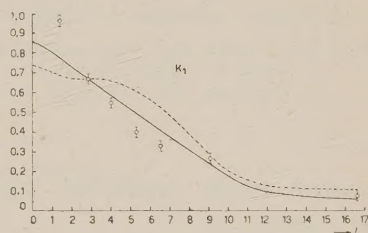


Fig. 4.  
—— Pólya ---- Poisson.

The  $K_1$  points and the two curves are arbitrarily normalized to have a common value at  $t = 2.4$  shower units. These points do not lie on either of the two curves, though they are all nearer to the Pólya one.

Such a discrepancy between measured and calculated values might be ascribed to the imprecision of the values assumed by ARLEY for the para-

<sup>(14)</sup> M. CONVERSI: *Phys. Rev.*, **79**, 749 (1950).

TABLE IV.

$L$	$l$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$
0	1.37	$0.179 \pm 0.006$	$0.056 \pm 0.002$	$0.0190 \pm 0.0015$	$0.0057 \pm 0.00095$
1	2.78	$0.125 \pm 0.005$	$0.062 \pm 0.003$	$0.029 \pm 0.0015$	$0.0128 \pm 0.0011$
2	4.03	$0.102 \pm 0.005$	$0.059 \pm 0.003$	$0.030 \pm 0.0015$	$0.01485 \pm 0.00115$
3	5.29	$.075 \pm 0.005$	$0.051 \pm 0.003$	$0.0265 \pm 0.0015$	$0.0165 \pm 0.0011$
4	6.55	$0.061 \pm 0.005$	$0.041 \pm 0.003$	$0.0240 \pm 0.0015$	$0.0148 \pm 0.0011$
6	9.06	$0.049 \pm 0.006$	$0.026 \pm 0.003$	$0.014 \pm 0.0015$	$0.008 \pm 0.001$
12	16.6	$0.014 \pm 0.006$	$0.005 \pm 0.003$	$0.0027 \pm 0.0015$	$0.0007 \pm 0.0007$
24	31.7	$0.007 \pm 0.007$	0	0	0

$L$  number of plates of lead.  
 $l$  thickness of the generator in shower units.

meters which define the energy spectrum of the electronic component at sea level.

ARLEY indeed assumes that for energies greater than a certain  $E_0$  the spectrum is the same as deduced by HEITLER <sup>(15)</sup> from the absorption curve of the cosmic radiation in the atmosphere, i.e.

$$f(E) dE = c \left( \frac{E_0}{E} \right)^{1+\gamma} \frac{dE}{E_0}.$$

This spectrum is in a good agreement with the experimental one given by BLACKETT <sup>(16)</sup> for energies greater than  $E_0 = 2 \cdot 10^8$  eV. For energies  $E < E_0$

<sup>(15)</sup> W. HEITLER: *Proc. Roy. Soc.*, A **261**, 161 (1937).

<sup>(16)</sup> P. M. S. BLACKETT: *Proc. Roy. Soc.*, A **165**, 11 (1938).



ARLEY assumes that the spectrum may be represented by a constant  $A = \alpha F(E_0)$ . On the other hand, it can be seen <sup>(17)</sup> that the arbitrary choice of  $\alpha$  (which he takes equal to 10) affects in practice only the slope of  $P(\geq 1, t)$  curves. It is likely that by a better choice of the shape of the spectrum, agreement might be found between our experimental curve  $K_1$  (corrected), and the corresponding curve  $P(\geq 1, t)$  calculated with the Pólya model. This curve is in fact mainly an absorption curve and therefore it is much more sensitive than the others to the choice of the spectrum of the primary radiation.

It seems therefore reasonable to conclude from our results, that ARLEY underestimates the contribution of low energy electrons, and to justify the observed discrepancy on this basis. This point of view has been already supported by other authors <sup>(18)</sup>.

ARLEY compares the curve of the  $P(\geq 1, t)$  integrated over the spectrum of the electronic component at sea level, with the data of AUGER *et al.* <sup>(7)</sup>. However, these data, as we have already pointed out, are deduced from measurements carried out at 3500 m on s.l., and the comparison does not seem very indicative.

Another point seems worth mentioning: if one calculates the  $P(\geq 1, t)$  using the Poisson statistics, whatever value is assumed for  $\alpha (> 1)$ , a « plateau » is found between 3 and 5 radiation units, corresponding to absorber thicknesses where the contribution of the multiplication of high energy electrons prevails,

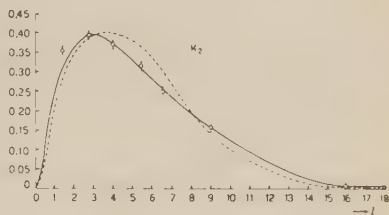


Fig. 5.

— Pólya. - - - Poisson.

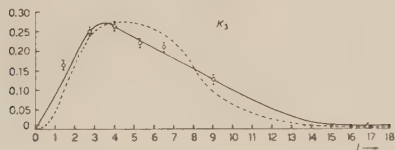


Fig. 6.

— Pólya. - - - Poisson.

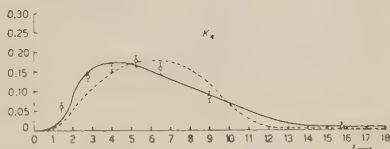


Fig. 7.

— Pólya. - - - Poisson.

i.e. in the neighborhood of the maximum of the Rossi curves. If the same calculation is made using the Pólya model there is only a slight change in the slope of the curve. Our corresponding experimental results (see. table IV, col.  $K_1$ ) are in much better agreement with the Pólya than with the Poisson

<sup>(17)</sup> N. ARLEY: *Proc. Roy. Soc., A* **168**, 519 (1938).

<sup>(18)</sup> B. N. CACCIAPUOTI and O. PICCIONI: *Nuovo Cimento*, **1**, 3 (1943); G. BERNARDINI, B. N. CACCIAPUOTI and B. QUERZOLI: *Nuovo Cimento*, **3**, 349 (1946).

model. This fact, when we take into account the suggested interpretation to explain the observed discrepancy, seems to be an element in favour of the applicability of the Pólya statistics to this case.

The  $P(\geq n, t)$  curves, for  $n \geq 2$ ,  $n \geq 3$ ,  $n \geq 4$  are plotted in fig. 5, 6 and 7. They are normalized to have the same maximum height as the experimental points  $K_n$ . With the exception of the first point, all of the experimental points seem to fit well the Pólya curves. In fact the first point is not in a good agreement with either of the two theoretical curves. This may be due to the following facts: a) the contribution to the counting rate of non vertical electrons scattered in the first counter walls and giving rise to showers having their axes nearly vertical is not entirely negligible. We may make a rough evaluation of this effect if we assume a  $\cos^n$  law for the zenith angle distribution of the primary electrons and an exponential law <sup>(10)</sup> for the angular distribution of the axes of the showers about the direction of the primary electrons. However, from the calculation we have found that this correction ( $\sim 2\%$ ) is by itself insufficient to explain the whole discrepancy ( $\sim 10\%$ ).

b) The Pólya distribution for  $n \geq 2$  gives a satisfactory approximation for the marginal probabilities *only* for relatively large values of the generator, i.e. for the points on the transition curves near and beyond the maximum. This can clearly be seen in fig. 8, where the Pólya distributions are plotted together with some points of the marginal distributions for various values of  $t$ . It is likely that a correction as large as  $\sim 8\%$  might be justified on this basis.

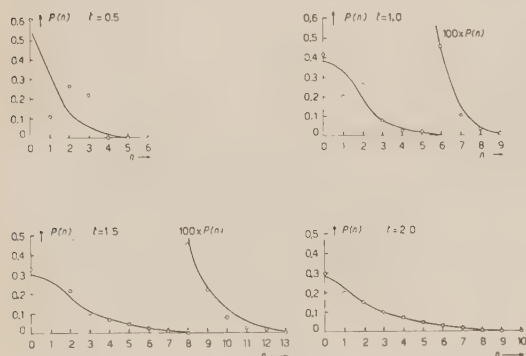


Fig. 8.

At present we are performing further calculations based on the results of the Montecarlo method <sup>(19)</sup>, to see whether we can find an even better theoretical approximation to our experimental results, particularly for the first point.

Further measurements are now in course in order to have more experimental points at low thicknesses of  $S_1$ .

<sup>(19)</sup> R. R. WILSON: *Phys. Rev.*, **86**, 261 (1952).



## 5. — Conclusions.

The most important points which emerge from the present work are:

*a)* When measurements on the electronic cascade are carried out with great accuracy, good agreement is found with theoretical curves calculated by Arley using the Pólya statistical model for showers containing *at least two*, *at least three* and *at least four* electrons, and for values of the generator greater than 2 shower units.

*b)* It is likely that good agreement will be found between the theory and the transition curves, also, for showers containing *at least one* electron, if a better approximation is made for the energy spectrum of the primaries.

*c)* A calculation which describes correctly the cascade for small values of the generators and takes into account the fluctuations following a Pólya model could give better agreement with the experimental results for small values of the generator too.

## Acknowledgments.

The authors are deeply indebted to Prof. E. AMALDI for having lent from Rome much of the apparatus used in this work. They wish to thank Prof. M. CONVERSI for many useful discussions on the subject and Dr. P. ROTHWELL for advice and help. They would like to express their gratitude to Sig. U. DELLA CROCE for his invaluable cooperation in building the electronic equipment.

## RIASSUNTO

Si espongono e si discutono i risultati di una prima serie di misure, istituite allo scopo di studiare in dettaglio la cascata elettromagnetica. I risultati sono ottenuti in forma tale da controllare, mediante confronto con i dati teorici, a quale statistica obbediscano i processi responsabili del fenomeno della cascata elettromagnetica. Il dispositivo è stato progettato in modo che i risultati non presentassero quelle difficoltà di interpretazione che si sono riscontrate in molti altri tipi di misure: si è avuto cura di

isolare, nei limiti del possibile, la componente elettronica dalle altre, e si è introdotto nell'apparato sperimentale un dispositivo atto a selezionare le particelle provenienti da una ben determinata direzione (la verticale), così da eliminare le imprecisioni nella determinazione del cammino geometrico delle particelle nel diffusore e nell'assorbitore. Mediante l'impiego di contatori molto sottili e mediante appropriata tecnica elettronica si è registrato il numero di particelle ionizzanti presenti in ogni sciame sotto differenti spessori del diffusore: particolare cura è stata poi dedicata al calcolo delle correzioni di varia natura da applicare ai dati ottenuti. Le curve di transizione ottenute per sciami costituiti da *almeno*  $n$  particelle ( $n = 1, 2, 3, 4$ ) sono confrontate con le curve teoriche ottenute da N. ARLEY. I nostri risultati sembrano dare conferma della applicabilità della statistica di Pólya a questo tipo di fenomeno.



## Caractéristiques de fonctionnement des compteurs à cathode externe remplis de méthylal pur.

D. BLANC

*Laboratoire de Physique Atomique et Moléculaire du Collège de France - Paris*

(ricevuto il 21 Dicembre 1953)

**Résumé.** — On a expérimenté, sous irradiation gamma, trois séries de compteurs, ayant des diamètres intérieurs de 1, 2, et 2,8 cm, avec remplissages de méthylal pur. Le seuil de démarrage, le seuil du palier, la tension maximum du palier sont des fonctions linéaires de la pression de méthylal jusqu'à des valeurs voisines de la tension maximum dans le cas des compteurs de 1 cm de diamètre, au dessous de 6 cm de mercure pour ceux de 2 cm de diamètre, au dessous de 1,6 cm de mercure pour ceux de 2,8 cm. Pour l'utilisation courante, les zones de pression donnant les meilleures performances sont: 3,5 à 4,5 cm de mercure pour les compteurs de 1 cm, 2 à 4 cm de mercure pour ceux de 2 cm, 1,5 à 3 cm de mercure pour ceux de 2,8 cm; l'efficacité gamma est alors très voisine de celle obtenue dans le cas de remplissage argon-alcool du type classique, et le fonctionnement est satisfaisant pour les températures supérieures à 8 °C. Les valeurs données sont indépendantes de la longueur efficace tant qu'elle n'est pas inférieure à 3 fois le diamètre. Les compteurs de ce type suivent aisément une irradiation gamma intense; avec les gammas du caesium, l'efficacité rapportée à un remplissage classique est de 1,42 pour 400 000 impulsions par minute.

### Introduction.

Les compteurs de Geiger-Müller autocoupeurs du type classique sont remplis d'un mélange de vapeur organique sous une pression de l'ordre de un centimètre de mercure, et de gaz rare sous une pression beaucoup plus importante. WEISZ <sup>(1)</sup>, SPATZ <sup>(2)</sup>, ROCHESTER *et al.* <sup>(3,4)</sup>, ont montré qu'il existe une pro-

<sup>(1)</sup> P. WEISZ: *Phys. Rev.*, **62**, 477 (1942).

<sup>(2)</sup> W. D. B. SPATZ: *Phys. Rev.*, **64**, 236 (1943).

<sup>(3)</sup> G. D. ROCHESTER et I. JÁNOSY: *Phys. Rev.*, **63**, 52 (1943).

<sup>(4)</sup> G. D. ROCHESTER et C. B. A. MACCUSKER: *Nature*, **156**, 366 (1945).

portion de constituant polyatomique optima; au dessus, les caractéristiques du compteur s'altèrent et lorsque le pourcentage de constituant polyatomique est grand (50 % et au dessus), le palier disparaît totalement.

Récemment, on a étudié la grandeur et la forme des impulsions dans des compteurs à cathodes métalliques remplis de vapeur organique pure, sous irradiations alpha et bêta, surtout dans les régions proportionnelle et semi-proportionnelle <sup>(5,6)</sup>.

Jusqu'ici, aucune recherche n'avait été effectuée sur des compteurs à cathode externe du type MAZE <sup>(7)</sup>. Nous avons, dans une note récente <sup>(8)</sup>, souligné l'intérêt présenté par des remplissages de méthylal dans de tels compteurs.

Nous donnons ici les principales caractéristiques de fonctionnement de ces détecteurs.

### Description des compteurs utilisés.

Nous avons choisi le méthylal, ou diméthylacétal du formaldéhyde  $\text{CH}_2(\text{O}-\text{CH}_3)_2$  parce que ce produit, peu coûteux et très facile à purifier, peut être utilisé sous des pressions relativement élevées ( $\text{Eb}_{749,8} = 41^\circ,3 - 41^\circ,8$ , pression maximum de l'ordre de 20 cm de mercure à la température ambiante)

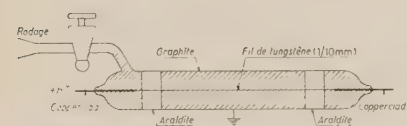


Fig. 1. — Schéma des compteurs utilisés.

Les compteurs sont du type MAC-KNIGHT et CHASSON <sup>(9)</sup>. Ils sont constitués d'un cylindre de verre conducteur (type « novo », des verreries de Choisy-le-Roi, Seine), épais de 1 mm, suivant l'axe duquel est tendu un fil de tungstène de 1/10 mm de diamètre, relié à chacune de ses extrémités à un fil de copperclad, permettant une soudure directe au verre « novo ». Le ressort placé habituellement à l'extrémité du fil de tungstène est supprimé, la tension voulue étant obtenue par étirage du verre (fig. 1). On réalise ainsi un détecteur d'une très grande simplicité.

Nous avons utilisé une méthode déjà décrite <sup>(10)</sup> pour définir avec précision la longueur efficace de la cathode. Les sections graphitées (Aquadag Acheson)

<sup>(5)</sup> E. FÜNFER et H. NEUERT: *Helv Phys. Acta*, **23**, suppl. 3, 142 (1950); *Zeits. f. Phys.*, **128**, 530 (1950); *Zeits. f. ang. Phys.*, **6**, 241 (1950).

<sup>(6)</sup> H. NEUERT: *Ann. der Phys.*, **6**, 341 (1951); *Zeits. f. Phys.*, **129**, 27 (1951).

<sup>(7)</sup> R. MAZE: *Journ. de Phys. Rad.*, **6**, 164 (1946).

<sup>(8)</sup> D. BLANC: *Journ. de Phys. Rad.*, **14**, 271 (1953).

<sup>(9)</sup> M. L. MACKNIGHT et R. L. CHASSON: *Rev. Sci. Instr.*, **22**, 700 (1951).

<sup>(10)</sup> D. BLANC et M. SCHERER: *C. R. Acad. Sciences*, **228**, 2018 (1949).



sont séparées par des couches d'Araldite 101 (Compagnie de Saint Gobain), qui éliminent toute conductibilité de surface.

Les compteurs étudiés ont des diamètres intérieurs de 1 cm, 2 cm et 2,8 cm.

Dans le fonctionnement, la surface interne du verre sert de cathode, et tout se passe comme s'il existait entre l'intérieur et la masse un système résistance  $R$ -capacité  $C$  en parallèle (fig. 2). Soient  $e$  l'épaisseur du verre,  $A$  la surface graphitée placée à la masse,  $\varrho$  la résistivité du verre ( $\Omega/\text{cm}^3$ ),  $\varepsilon$  sa constante diélectrique (u.e.s.):

$$R = \frac{\varrho e}{A} \quad \Omega, \quad C = \frac{0,888 \varepsilon A}{e} \quad \text{u.e.s.}$$

D'où la constante de temps du circuit:

$$\theta = RC = 0,08 \varepsilon \varrho \cdot 10^{-12} \text{ s.}$$

Elle ne dépend pas des dimensions du compteur <sup>(11)</sup>.

Pour le verre du type « novo »,  $\varrho$  est de l'ordre de  $10^{12} \Omega$  par  $\text{cm}^3$  à la température ambiante, et  $\varepsilon$  de l'ordre de 6.  $\theta$  est donc de l'ordre de 0,5 s.  $\theta$  n'étant pas négligeable et, sous une forte irradiation, le courant devenant important, la surface interne du verre se charge, son potentiel augmente et il en résulte une élévation du seuil d'autant plus grande que l'irradiation est plus intense. Nous avons déjà étudié cette question pour des remplissages argon-alcool <sup>(12)</sup>. Il existe, pour une surtension donnée par rapport à la valeur du seuil correspondant à une irradiation modérée, une intensité  $I$  traversant le compteur pour laquelle l'élévation du seuil atteint cette surtension: le compteur cesse alors de fonctionner.

Pour un remplissage de vapeur organique pure, dans chaque impulsion les photons de l'avalanche initiale sont fortement absorbés par la vapeur <sup>(1)</sup>, la propagation de la décharge le long du fil n'est pas complète et la taille moyenne des impulsions est plus faible que pour des remplissages classiques; un nombre donné d'impulsions produira un courant plus faible et l'intensité limite  $I$  sera atteinte pour un taux de comptage plus élevé. D'où l'intérêt de tels remplissages.

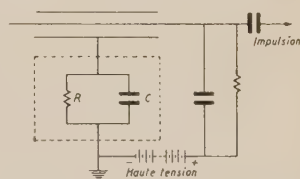


Fig. 2. — Circuit équivalent à un compteur du type Maze.

<sup>(11)</sup> A. L. COCKROFT et J. M. VALENTINE: *Journ. of Scient. Instrum.*, **27**, 262 (1950).

<sup>(12)</sup> D. BLANC et H. ZYNGIER: *C. R. Acad. Sciences*, **237**, 38 (1953); *Journ. de Phys. Rad.*, **15**, 1-A (1954).

### Dispositif expérimental.

Les compteurs sont reliés à la rampe de pompage par des rodages normalisés pyrex-novo. Un robinet permet d'isoler chaque compteur de l'installation de remplissage (fig. 1). Les compteurs sont pompés durant deux heures sous une pression de 0,1 micron de mercure, sans étuvage, l'étuvage ayant un effet néfaste sur les caractéristiques du compteur (<sup>7,13</sup>). On effectue ensuite le remplissage de méthylal sous la pression voulue, mesurée au dessous de 1 cm de mercure sur un « vacustat » Edwards, et au dessus, sur un manomètre à mercure.

Les impulsions recueillies sur le fil du compteur passent dans un préamplificateur Mesco PAS de gain égal à 100. Nous avons vérifié que pour le montage utilisé, seules les impulsions de tailles supérieures à 1 volt étaient sélectionnées. Les impulsions ainsi amplifiées alimentent une échelle de 10 000 Mesco ECG 4, dont le temps de résolution est de 0,6 microseconde, ainsi qu'un

intégrateur de contrôle Mesco RIG, placé en parallèle.

Les compteurs étaient remplis par séries de six, de façon à pouvoir tenir compte des fluctuations inévitables des seuils d'un compteur à l'autre (<sup>2</sup>). Les valeurs données sont les moyennes des valeurs obtenues pour l'ensemble de chaque série.

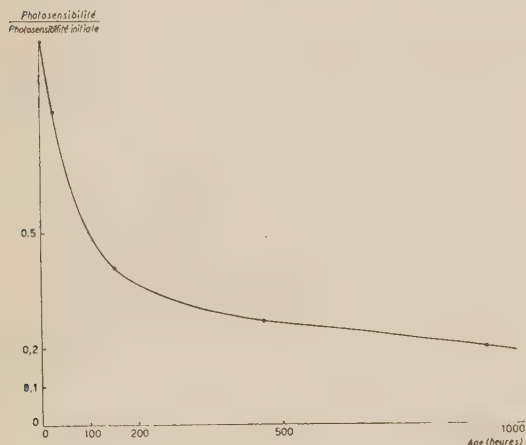


Fig. 3. — Evolution dans le temps de la photosensibilité d'un compteur non étuvé.

$a = 0,1$  mm;  $b = 20$  mm;  $L = 13$  cm;

Méthylal = 3 cm de Hg.

important que le diamètre du cylindre est plus faible. Les résultats que nous donnons correspondent à la « caractéristique limite » atteinte, au maximum, au bout de 24 heures (<sup>14</sup>).

Quelle que soit la nature du remplissage, les compteurs à cathode externe

### Viellissement, photosensibilité.

Après remplissage, les pa-  
liers des compteurs remplis de  
méthylal pur subissent un abais-  
sement progressif d'autant plus

(<sup>13</sup>) M. GRENON: *C. R. Acad. Sciences.*, **236**, 1772 (1953).

(<sup>14</sup>) D. BLANC et J. UEBERSFELD: *C. R. Acad. Sciences*, **236**, 2228 (1953).



sont photosensibles (<sup>15,16</sup>). Nous avons constaté que la photosensibilité, très forte après le remplissage, diminue progressivement avec le temps et tend vers une valeur limite (fig. 3). Ceci est conforme aux résultats obtenus antérieurement (<sup>13,15,16</sup>). Toutes les mesures ont été faites en maintenant les compteurs dans l'obscurité.

Nous désignerons par  $a$  le diamètre du fil anode,  $b$  le diamètre intérieur du cylindre,  $L$  la longueur efficace,  $V_D$  le seuil de démarrage,  $V_G$  le seuil du palier,  $V_M$  la tension maximum du palier.

### Influence du rapport de la longueur efficace au diamètre.

Pour déterminer l'influence de  $L/b$ , nous avons construit des compteurs à cathode multiple du type représenté par la fig. 4. Chaque section graphitée du cylindre peut fonctionner séparément si l'on place toutes les autres à la tension du fil; la longueur efficace reste parfaitement définie (<sup>10</sup>). On obtient ainsi des compteurs de même diamètre, de longueur efficace variable et de remplissages absolument identiques.

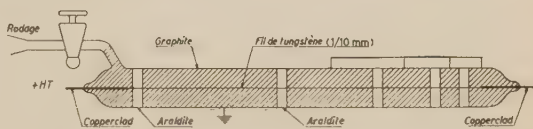


Fig. 4. - Compteur à cathode multiple.

Les caractéristiques obtenues sont identiques pour  $L/b \geq 3$ , mais  $V_D$ ,  $V_G$ ,  $V_M$  augmentent très rapidement lorsque  $L/b$  devient inférieur à 2.

Le tableau I donne l'augmentation de  $V_D$  et  $V_G$ , avec irradiation modérée, par rapport aux valeurs correspondant à  $L/b \geq 3$ , obtenue pour  $L/b = 1,07$  et  $b = 2,8$  cm.

TABLEAU I.

Pression (cm Hg)	Méthylal				$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ Alcool} \\ 10,1 \text{ Argon} \end{array} \right.$
	0,5	1,5	3,4	4,2	
$\Delta V_D$ (volt)	40	174	248	343	450
$\Delta V_G$ (volt)	15	115	146	293	430

Les résultats sont analogues à ceux obtenus par CHAUDHRI et FENTON (<sup>17</sup>) sur des remplissages argon-alcool, dans le cas de cathodes métalliques.

(<sup>15</sup>) H. SCHWARZ: *Notas de Fisica*, n. 7 (1952).

(<sup>16</sup>) A. ARON: *Zeits. f. Phys.*, **134**, 622 (1953).

(<sup>17</sup>) M. CHAUDHRI et A. G. FENTON: *Proc. Phys. Soc.*, **60**, 183 (1948).

Toutes les valeurs que nous donnons dans ce qui suit correspondent à  $L/b \geq 3$ .

### Courbes de palier.

$V_D$ ,  $V_G$ ,  $V_M$  sont des fonctions linéaires de la pression de méthylal, quel que soit le taux de comptage, mais les courbes cessent de rester des droites et l'augmentation en fonction de la pression est plus lente, au dessus de 1,5 cm de mercure pour  $b = 2,8$  cm et de 6 cm de mercure pour  $b = 2$  cm. Pour  $b = 1$  cm, les courbes restent

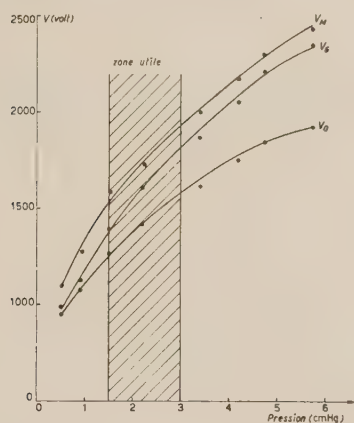


Fig. 5. —  $V_D$ ,  $V_G$ , et  $V_M$  en fonction de la pression du méthylal pour les compteurs de 2,8 cm de diamètre.

$L/b > 3$ ;  $a = 0,1$  mm;  $b = 28$  mm;  
Fond cosmique 24 °C.

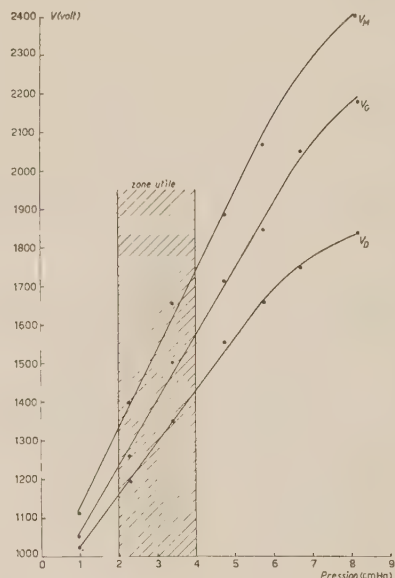


Fig. 6. —  $V_D$ ,  $V_G$ , et  $V_M$  en fonction de la pression du méthylal pour les compteurs de 2 cm de diamètre.

$L = 10$  cm;  $a = 0,1$  mm;  $b = 20$  mm.  
Fond cosmique 21 °C.

linéaires pour une pression de 14 cm de mercure. Au dessus, on se trouve trop près de la tension maximum du méthylal pour que le compteur soit utilisable. Des courbes linéaires en fonction de la pression ont été obtenues antérieurement par BROWN<sup>(18)</sup> pour l'hélium pur et par HAINES<sup>(19)</sup> pour l'hydrogène, l'air, l'hélium, l'argon, c'est-à-dire pour des gaz non autocoupeurs, enfin par

<sup>(18)</sup> S. C. BROWN: *Phys. Rev.*, **62**, 244 (1942).

<sup>(19)</sup> C. L. HAINES: *Rev. Sci. Instrum.*, **7**, 411 (1936).



ROCHESTER et MAC CUSKER <sup>(4)</sup> pour l'éthanol. Les figures 5, 6 et 7 résument les résultats obtenus avec le fond cosmique.

A titre de comparaison, avec 1 cm d'alcool et 9,45 cm d'argon, les compteurs de 2 cm de diamètre ont, pour le fond cosmique, leur seuil de démarrage à 1160 volts, le seuil de Geiger à 1190 volts, ceux de 2,8 cm de diamètre le

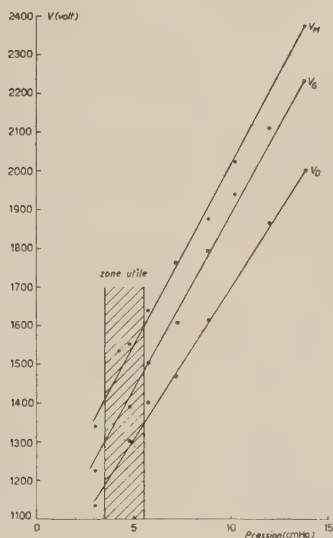


Fig. 7. —  $V_D$ ,  $V_G$ , et  $V_M$  en fonction de la pression du méthylal pour les compteurs de 1 cm de diamètre.

$L = 50$  cm;  $a = 0,1$  mm;  $b = 10$  mm.  
Fond cosmique 20 °C.

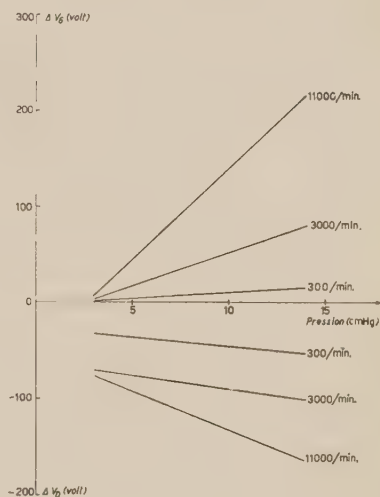


Fig. 8. — Variations de  $V_D$  et  $V_G$  en fonction de la pression pour différents taux de comptage.

Irradiation  $\gamma$  (Ra);  $L = 5$  cm;  $a = 0,1$  mm;  $b = 10$  mm; 20 °C.

seuil de démarrage à 1250 volts et le seuil de Geiger à 1280 volts. On voit que l'utilisation du méthylal augmente, dans les zones d'utilisation indiquées plus loin, la tension de fonctionnement de 200 à 300 volts, ce qui ne constitue pas un inconvénient important.

Lorsque l'on passe à des pressions de plus en plus faibles, on constate que le compteur présente une caractéristique normale pour un taux de comptage faible, mais qu'il ne parvient pas à suivre une source radioactive. La valeur minimum de pression utilisable est de 1,5 cm de mercure pour  $b = 1$  cm, 1 cm de mercure pour  $b = 2$  cm et 0,5 cm de mercure pour  $b = 2,8$  cm. Elle est inversement proportionnelle au diamètre du compteur.

Pour une irradiation intense,  $V_G$  et  $V_M$  augmentent par rapport aux valeurs obtenues pour le fond cosmique, alors que  $V_D$  diminue. La fig. 8 donne les variations obtenues avec une source gamma (Ra). On a expliqué plus haut le mécanisme de ce phénomène.

La longueur de la région proportionnelle est une fonction croissante de la pression; c'est pour cette raison que l'on a utilisé des remplissages de méthylal pur sous pression élevée dans des compteurs proportionnels à cathode métallique <sup>(5)</sup>.

### Pente, efficacité gamma.

Lorsque l'on augmente la pression du méthylal, la pente du palier diminue rapidement, passe par un minimum, puis augmente lentement. Autour de ce minimum se situe la zone optimale d'utilisation. La fig. 9 donne, en

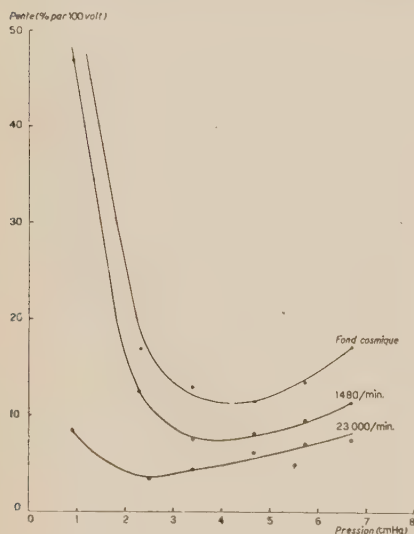


Fig. 9. — Pente (en % par 100 volt), des compteurs de 2 cm de diamètre en fonction de la pression, pour diverses irradiations gamma.

$a = 0,1$  mm;  $b = 20$  mm; Fond cosmique 21 °C.

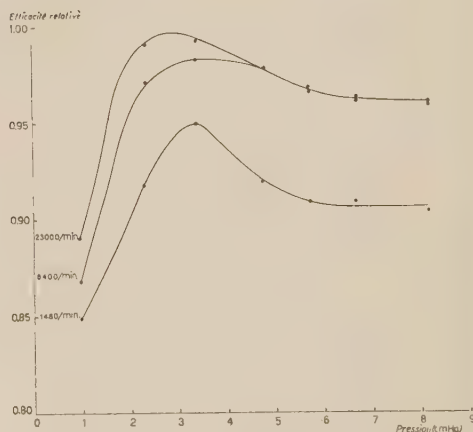


Fig. 10. — Efficacité gamma relative en fonction de la pression, pour les compteurs de 2 cm de diamètre.

$a = 0,1$  mm;  $b = 20$  mm; Fond cosmique 21 °C.

fonction de la pression, les valeurs de la pente (en % par 100 volt) pour les compteurs de 2 cm, sous diverses irradiations gamma.

De façon à déterminer l'efficacité gamma, on a comparé ces remplissages à un mélange standard de 1 cm d'alcool et 9,45 cm d'argon, sous la même irradiation (gammas du Radium). La fig. 10 donne l'efficacité relative, c'est-à-dire le rapport du nombre de coups obtenu pour le méthylal au nombre de coups pour le mélange standard, en fonction de la pression de méthylal, pour les compteurs de 2 cm de diamètre.

Quel que soit le diamètre du compteur, l'efficacité relative augmente avec



la pression, passe par un maximum, puis décroît lentement. Les valeurs de l'efficacité relative pour les compteurs de 1 cm de diamètre sont données dans le tableau II.

TABLEAU II.

Nombre d'impulsions par minute (mélange standard)	480	3 300	7 400
1,5 cm de mercure	0,58	0,60	0,65
2,95	0,72	0,78	0,93
4,75	0,85	0,91	0,98
5,70	0,79	0,84	0,92
7,20	0,70	0,78	0,82
8,90	0,53	0,67	0,73
10,20	0,54	0,65	0,70
12,0	0,55	0,65	0,72
13,8	0,56	0,67	0,75

On ne donne ici que les résultats valables pour des taux de comptage moyens. On étudiera plus loin le comportement des compteurs sous irradiation intense.

La zone d'efficacité maximum coïncide avec celle de pente minimum; c'est alors que le compteur donne les meilleures performances. Cette bande de pressions va de 3,5 à 5,5 cm de mercure pour les compteurs de 1 cm de diamètre, de 2 à 4 cm de mercure pour ceux de 2 cm, de 1,5 à 3 cm de mercure pour ceux de 2,8 cm. Le fonctionnement est satisfaisant au dessus de 8 °C.

### Comportement des compteurs sous irradiation intense.

On a comparé les performances de ces compteurs à celles de remplissages classiques sous une irradiation de gammas de 0,5 MeV. La fig. 11 résume les résultats obtenus.

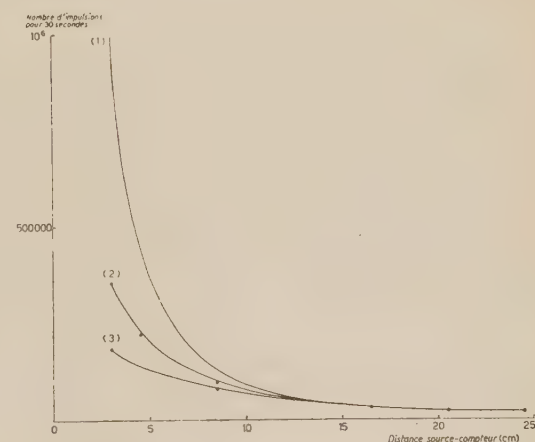


Fig. 11. - Comparaison des compteurs à méthylal pur (2) à un remplissage alcool-argon (3) sous irradiation intense. La courbe (1) représente les valeurs théoriques.

$a = 0,1$  mm;  $b = 10$  mm,  $L = 5$  cm;  $\gamma$  de 0,5 KMeV.

La courbe (1) indique le nombre théorique d'impulsions, la courbe (2) est celle obtenue pour un remplissage de 4,5 cm de mercure de méthylal dans un compteur de 1 cm de diamètre et 5 cm de longueur efficace, enfin la courbe (3) donne, dans les mêmes conditions, les résultats correspondant à 1 cm de mercure de méthylal et 6,5 cm de mercure d'argon. Pour 400 000 impulsions par minute, l'efficacité relative du méthylal pur est de 1,42.

Il résulte de cette étude que l'intérêt pratique des compteurs du type MAZE à méthylal pur est considérable puisque, avec un remplissage très peu onéreux, ils présentent, aux faibles taux de comptage, une efficacité gamma presque égale à celle des remplissages classiques, mais que, par contre, ils suivent plus facilement une irradiation gamma intense.

Nous ne parlerons pas du mécanisme de fonctionnement de ce type de compteurs, qui forme une transition entre le régime proportionnel et celui de GEIGER. Nous y reviendrons dans la suite.

Monsieur RENÉ BAUMGARTNER, Physicien Adjoint au Centre National de la Recherche Scientifique, a effectué le montage du banc de fabrication des compteurs. Qu'il en soit remercié ici, bien cordialement.

#### RIASSUNTO (\*)

Si sono sperimentate sotto irradiazione  $\gamma$  tre serie di contatori, aventi diametri interni di 1, 2, e 2,8 cm, riempiti di metilal puro. La soglia d'innescò, la soglia del pianerottolo, la tensione massima del pianerottolo sono funzioni lineari della pressione massima del metilal fino a valori prossimi alla tensione massima pei contatori di 1 cm di diametro, al disotto dei 6 cm Hg per quelli di 2 cm di diametro, al disotto di 1,6 cm Hg per quelli di 2,8 cm. In servizio corrente, le zone di pressione che danno i migliori risultati sono: 3,5 a 4,5 cm Hg pei contatori di 1 cm, 2 a 4 cm Hg per quelli di 2 cm, 1,5 a 3 cm Hg per quelli di 2,8 cm; la sensibilità ai  $\gamma$  è allora assai prossima a quella che si ottiene coi riempimenti argon-alcool di tipo classico e il funzionamento è soddisfacente a temperature superiori a 8 °C. I valori indicati sono indipendenti dalla lunghezza efficace, purchè questa non sia inferiore a 3 diametri. I contatori di questo tipo registrano agevolmente una radiazione  $\gamma$  intensa; coi  $\gamma$  del cesio l'efficacia riferita a un riempimento classico è di 1,42 per 400 000 impulsi al minuto.

---

(\*) Traduzione a cura della Redazione.

## Sulla dipendenza del rapporto fotoni/elettroni negli sciami di raggi cosmici dalla densità media degli sciami selezionati.

C. MILONE

*Istituto di Fisica dell'Università - Catania*

(ricevuto il 21 Dicembre 1953)

**Riassunto.** — Mediante contatori di Geiger e Müller si determina, con tre metodi sperimentali diversi, il valore del rapporto fotoni/elettroni negli sciami estesi di raggi cosmici al livello del mare, selezionando successivamente sciami con diversa densità media di particelle. Si trova che nell'intervallo di densità preso in considerazione (densità media fra circa 40 e circa 3 particelle/m<sup>2</sup>) il rapporto fotoni/elettroni è poco inferiore ad uno e sembra decresca leggermente col decrescere della densità media degli sciami selezionati.

### 1. — Introduzione.

Lo scopo di questo lavoro è quello di determinare il rapporto fotoni/elettroni ( $f/e$ ) negli sciami estesi di raggi cosmici e studiarne la dipendenza dalla densità media degli sciami selezionati. Tale determinazione può fornire ulteriori notizie sulla fenomenologia degli sciami estesi dato che le poche notizie che si hanno sul rapporto  $f/e$  sono fra loro discordanti come risulta dalla tab. I.

Come mostra la tab. I i risultati discordano anche per quanto riguarda la variazione del rapporto  $f/e$  col variare della superficie  $S$  (e quindi della densità media  $\Delta$  degli sciami selezionati). D'altra parte la dipendenza di  $f/e$  da  $\Delta$  può fornire qualche dato interessante nello studio degli sciami estesi: per esempio, una grande variazione del rapporto  $f/e$  col variare di  $\Delta$  come quella trovata dagli Autori citati in (2) (v. tab. I) contrasta con i risultati della teoria della cascata elettronica, mentre nella maggior parte delle misure eseguite sulla componente elettrofotonica degli sciami i risultati non contrastano con quelli di detta teoria.

I primi risultati di questo lavoro sono stati comunicati al XXXIX congresso della S.I.F. a Cagliari.



TABELLA I. - Valori del rapporto  $f/e$  negli sciami estesi.

Autori	$S$ (m <sup>2</sup> )	$f/e$	Metodo di misura (**)
MILLAR (1)	0,075	$0,66 \pm 0,02$	(a)
BASSI, BIANCHI e MANDUCHI (2)	0,04 0,12	0,3 0,12	(c)
BRUIN (3)	0,0101 0,0202 0,138	0,84 (*) 0,54 (*) 0,52 (*)	(a)
MILONE (4)	0,300	$\approx 1$	(c)

$S$  = superficie dei gruppi di contatori che selezionano gli sciami.  
 (\*) Valore medio dei risultati di misure eseguite con 0; 5; 10; 15 mm Pb sopra i contatori.  
 (\*\*) V. paragrafo seguente.

## 2. - Metodi adoperati per determinare il rapporto $f/e$ .

In un precedente lavoro (4) prendendo in considerazione sciami con densità media  $\cong 3$  particelle/m<sup>2</sup> si è giunti fra l'altro alle seguenti conclusioni: 1) la probabilità  $P_e(h)$  di trovare sotto uno schermo di piombo di spessore  $h$  almeno un elettrone quando sul piombo giunge un elettrone dello sciame non differisce eccessivamente dalla probabilità  $P_{el}$  calcolata da ARLEY (5); 2) la probabilità  $P_i(h)$  di trovare sotto uno schermo di piombo di spessore  $h$  almeno un elettrone quando sul piombo giunge un fotone dello sciame non differisce eccessivamente dalla probabilità  $P_{ph}$  calcolata da ARLEY. Tenendo presente che le funzioni  $P_{el}$  e  $P_{ph}$  non variano molto col variare della forma dello spettro degli elettroni e dei fotoni incidenti, riteniamo di potere estendere, in prima approssimazione, a sciami con diversa densità media di particelle i risultati 1) e 2). In tale caso il rapporto fotoni/elettroni può essere ricavato in modo

(1) D. D. MILLAR: *Nuovo Cimento*, **8**, 279 (1951).

(2) P. BASSI, A. BIANCHI e C. MANDUCHI: *Nuovo Cimento*, **8**, 735 (1951); **8**, 358 (1952).

(3) M. W. BRUIN: *Thesis*, Amsterdam (1952). Comunicazione privata.

(4) C. MILONE: *Nuovo Cimento*, **10**, 1126 (1953).

(5) N. ARLEY: *On the theory of stochastic processes and their application to the theory of cosmic rays* (Copenaghen, 1948), p. 165 e segg.

piuttosto semplice coi metodi che seguono, e che indicheremo rispettivamente con  $a)$ ,  $b)$ ,  $c)$ .

### 3. - Metodo $a)$ .

Selezionando gli sciami mediante le coincidenze  $n$ -ple fra  $n$  gruppi di contatori, se  $\nu(> \Delta) = K_1 \Delta^{-\nu}$  rappresenta lo spettro integrale di densità, la frequenza  $f_n(0)$  delle coincidenze ottenute senza schermo sopra i contatori può essere espressa dalla relazione

$$(1) \quad f_n(0) = K \int_0^{\infty} \Delta^{-(\nu+1)} (1 - \exp[-S\Delta])^n d\Delta,$$

la quale, ponendo  $S\Delta = x$ , assume la forma:

$$f_n(0) = KS^{\nu} \int_0^{\infty} x^{-(\nu+1)} (1 - \exp[-x])^n dx.$$

Se sopra ciascun gruppo di contatori si pone uno schermo di piombo di spessore  $h$ , la densità di particelle sotto il piombo diviene  $\Delta' = R\Delta$  con  $R = P_{el} + (f/e)P_{ph}$  e la frequenza degli eventi diviene

$$(2) \quad f_n(h) = K \int_0^{\infty} \Delta^{-(\nu+1)} (1 - \exp[-SR\Delta])^n d\Delta,$$

la quale, ponendo  $SR\Delta = x$ , assume la forma:

$$f_n(h) = KS^{\nu} R^{\nu} \int_0^{\infty} x^{-(\nu+1)} (1 - \exp[-x])^n dx.$$

Ne segue:

$$(3) \quad \frac{f_n(h)}{f_n(0)} = R^{\nu} = \left( P_{el} + \frac{f}{e} P_{ph} \right)^{\nu},$$

la quale permette di determinare il valore di  $f/e$  quando siano note le funzioni  $P_{el}(h)$  e  $P_{ph}(h)$  e si determini sperimentalmente il valore del rapporto  $f_n(h)/f_n(0)$ . I valori delle funzioni  $P_{el}(h)$  e  $P_{ph}(h)$  calcolate da ARLEY sono riportati nella tab. II.

TABELLA II. — Valori delle funzioni  $P_{el}(h)$  e  $P_{ph}(h)$  in funzione di  $h$  secondo Arley.

$h$ (mm Pb)	0	3	6	9	12	15
$P_{el}$	1	0,9	0,8	0,74	0,67	0,62
$P_{ph}$	0	0,37	0,5	0,54	0,53	0,50

La determinazione sperimentale è stata eseguita dando ad  $S$  successivamente i valori  $S = 0,024$ ;  $0,08$ ;  $0,2$ ;  $0,4$  m<sup>2</sup> ed attribuendo a  $\gamma$  il valore  $\gamma = 1,31 + 0,038 \log_e (1/S)$  (<sup>6</sup>). I gruppi di contatori erano posti in un piano orizzontale ai vertici di un triangolo di lato  $d = 3$  m nel caso  $n = 3$  (coincidenze triple) ed ai vertici di un quadrato di lato  $d = 4$  m nel caso  $n = 4$  (coincidenze quadruple). I contatori di uno stesso gruppo erano posti a  $\sim 3$  cm di distanza l'uno dall'altro. I risultati ottenuti sono riportati nella tab. III.

TABELLA III.

$S$ (m <sup>2</sup> )	$n$	$\gamma$	Pb (mm)	Coinci- denze	Coincidenze minuto	$\frac{f}{e}$	$\left(\frac{f}{e}\right)$ medio
0,024	3	1,45	0	587	$0,045 \pm 0,0019$	—	$0,90 \pm 0,04$
			3	164	$0,059 \pm 0,0046$	$0,84 \pm 0,16$	
			6	506	$0,066 \pm 0,0029$	$1,00 \pm 0,10$	
			9	340	$0,059 \pm 0,0032$	$0,87 \pm 0,10$	
			12	115	$0,053 \pm 0,0049$	$0,85 \pm 0,12$	
0,08	3	1,40	0	2 463	$0,230 \pm 0,005$	—	$0,95 \pm 0,04$
			3	824	$0,292 \pm 0,010$	$0,76 \pm 0,08$	
			6	2 719	$0,333 \pm 0,006$	$1,02 \pm 0,05$	
			9	797	$0,326 \pm 0,011$	$1,00 \pm 0,08$	
			12	1 180	$0,291 \pm 0,008$	$0,96 \pm 0,06$	
0,2	4	1,37	0	3 392	$0,492 \pm 0,008$	—	$0,77 \pm 0,04$
			3	3 380	$0,629 \pm 0,010$	$0,80 \pm 0,03$	
			6	6 978	$0,630 \pm 0,007$	$0,82 \pm 0,02$	
			9	2 257	$0,593 \pm 0,012$	$0,74 \pm 0,04$	
			12	1 309	$0,498 \pm 0,014$	$0,64 \pm 0,04$	
0,4	4	1,35	0	7 404	$1,41 \pm 0,017$	—	$0,72 \pm 0,03$
			3	12 196	$1,75 \pm 0,016$	$0,76 \pm 0,03$	
			6	4 464	$1,73 \pm 0,026$	$0,73 \pm 0,04$	
			9	6 102	$1,63 \pm 0,021$	$0,68 \pm 0,03$	

(<sup>6</sup>) G. COCCONI e V. COCCONI TONGIORGI: *Phys. Rev.*, **75**, 1058 (1949).



Coi valori delle frequenze ottenute (coincidenze/minuti) in corrispondenza dei vari valori di  $h$  sono stati costruiti i grafici riportati nella fig. 1.

I valori di  $f/e$  che si ricavano in base alla (3) sono riportati nella penultima colonna della tab. III. Nell'ultima colonna della stessa tabella sono riportati i valori medi di  $f/e$ .

#### 4. - Metodo $b$ ).

Sia  $f_n(0)$  la frequenza delle coincidenze  $n$ -ple fra  $n$  gruppi di contatori non schermati di superficie  $S$  ed  $f_{n+1}(h)$  la frequenza delle coincidenze fra i detti gruppi ed un ulteriore gruppo, con superficie  $S'$ , schermato con uno strato di piombo di spessore  $h$ . La frequenza  $f_n$  è data dalla precedente relazione (1) mentre la frequenza degli eventi  $f_{n+1}$  è data dalla relazione

$$(4) \quad f_{n+1}(h) = K \int_0^{\infty} \Delta^{-(\gamma+1)} (1 - \exp[-SA])^n (1 - \exp[-S'RA]) dA,$$

in cui  $\Delta R$  è la densità di particelle sotto lo spessore  $h$  di piombo. In base alle espressioni (1) e (4), determinato sperimentalmente il valore del rapporto  $f_{n+1}(h)/f_n(0)$ , si può ricavare il valore di  $R$  (<sup>7</sup>), dal quale, noti  $P_{el}$  e  $P_{ph}$ , si può risalire al valore di  $f/e$ .

Con questo metodo la determinazione del rapporto  $f/e$  risulta analiticamente più laboriosa che col metodo precedente; inoltre, al variare di  $h$  il rapporto  $f_{n+1}(h)/f_n(0)$  varia meno del precedente rapporto  $f_n(h)/f_n(0)$ , (metodo  $a$ ), dato che l'effetto di transizione interessa un solo gruppo di contatori. Rispetto al metodo precedente si ha il vantaggio di eseguire contemporaneamente la registrazione degli eventi  $f_n$  ed  $f_{n+1}$  per cui il rapporto  $f_{n+1}/f_n$  risulta affetto da errori minori che nel caso di misure separate.

La determinazione del rapporto  $f_{n+1}(h)/f_n(0)$  è stata eseguita (per uno

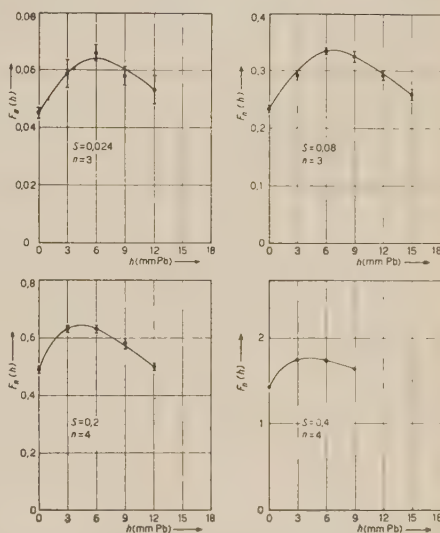


Fig. 1. Frequenza (coincidenze al minuto) delle coincidenze triple ( $n = 3$ ) e quadruple ( $n = 4$ ) fra  $n$  gruppi di contatori di superficie  $S$  per vari valori di  $S$  (in  $\text{cm}^2$ ) al variare dello spessore  $h$  (in mm) dello strato di piombo posto sopra i contatori.

(<sup>7</sup>) G. COCCONI, V. TONGIORGI COCCONI e K. GREISEN: *Phys. Rev.*, **75**, 1063 (1949).

scopo differente da quello della presente ricerca) in un precedente lavoro <sup>(8)</sup>, nel corso del quale sono stati determinati fra l'altro i rapporti  $R$  nel caso  $n = 3$ ,  $h = 6$  mm Pb ed  $S$  variabile fra 0,024 e 0,32 m<sup>2</sup>. Dai valori di  $R$  allora ricavati e qui riportati nella tab. IV si deducono in base alla relazione  $R = P_{el} + (f/e)P_{ph}$  i valori di  $f/e$  che riportiamo nella stessa tab. IV. Questi valori possono essere confrontati con quelli ottenuti col metodo precedente per  $h = 6$  mm Pb.

TABELLA IV.

$S$ (m <sup>2</sup> )	0,024	0,04	0,08	0,16	0,32
$R$	$1,2 \pm 0,08$	$1,2 \pm 0,12$	$1,15 \pm 0,06$	$1,1 \pm 0,04$	$1,1 \pm 0,047$
$f/e$	$0,8 \pm 0,16$	$0,8 \pm 0,24$	$0,7 \pm 0,12$	$0,6 \pm 0,08$	$0,6 \pm 0,09$

### 5. - Metodo c).

Sia  $f_n$  la frequenza delle coincidenze  $n$ -ple fra  $n$  gruppi di contatori non schermati, con superficie  $S$ , e destinati a selezionare gli sciame; sia  $F$  un ulteriore gruppo di contatori con superficie  $S'$  schermato con uno strato di piombo di spessore  $h$  e con uno strato  $A$  di contatori di superficie  $S''$  posti sopra il piombo. La frequenza  $f_{n+A}$  degli eventi in cui  $A$  è colpito in coincidenza con gli  $n$  gruppi è data dalla relazione:

$$(5) \quad f_{n+A} = K \int_0^{\infty} \Delta^{-(\gamma+1)} (1 - \exp[-S\Delta])^n (1 - \exp[-S''\Delta]) d\Delta.$$

La frequenza  $f_{n+F-A}$  degli eventi in cui  $F$  è colpito in coincidenza con gli  $n$  gruppi mentre  $A$  non è colpito, eventi che possiamo ritenere dovuti per la maggior parte a fotoni associati agli sciame e produttori elettroni nel piombo fra  $A$  ed  $F$ , è data dalla relazione:

$$(6) \quad f_{n+F-A} = \\ = K \int_0^{\infty} \Delta^{-(\gamma+1)} (1 - \exp[-S\Delta])^n \left( 1 - \exp \left[ -\frac{f}{e} P_{ph} S' \Delta \right] \right) (\exp[-S''\Delta]) d\Delta;$$

ne segue che il rapporto  $f_{n+F-A}/f_{n+A}$  dipende fra l'altro da  $(f/e)P_{ph}$ , sicchè risulta

<sup>(8)</sup> C. MILONE: *Nuovo Cimento*, **9**, 549 (1952); *Phys. Rev.*, **87**, 680 (1952).

possibile, noto  $P_{ph}$  e determinato sperimentalmente il valore del rapporto  $f_{n+F-A}/f_{n+A}$ , risalire al valore di  $f/e$ . Questo metodo differisce dai precedenti in quanto in questo caso non è necessario conoscere l'andamento della funzione  $P_{el}$ .

Dalle espressioni (5) e (6) segue che perchè la frequenza delle anticoincidenze  $f_{n+F-A}$  non sia troppo piccola rispetto a quella degli eventi  $f_{n+A}$ , la superficie  $S'$  non dev'essere molto inferiore alla superficie  $S''$  ed il termine  $\exp[-S''\Delta]$  non dev'essere troppo piccolo rispetto ad uno, sicchè, essendo  $\Delta \cong I/S$ , conviene porre  $(S''/S) < I$ . Entrambe queste condizioni erano realizzate nel corso di una misura eseguita in questo modo: Gli sciami venivano selezionati mediante le coincidenze triple  $T$  fra tre gruppi di contatori posti ai vertici di un triangolo di 4 m di lato; la superficie  $S$  di detti gruppi assumeva successivamente i valori 0,06 e 0,18 m<sup>2</sup>. Nella parte centrale del triangolo era posto il dispositivo rappresentato nella fig. 2, in cui 1, 2, 3 sono contatori di  $4 \times 100$  cm<sup>2</sup>,  $h_1 = 3$  mm Pb,  $h_2 = 12$  mm Pb.

Riferendoci ad una delle 5 colonne della fig. 2 una coincidenza degli eventi  $T$  con eventi in cui è colpito 2, oppure 3, oppure 2 e 3 senza che 1 sia colpito, può essere attribuita a fotoni degli sciami (sono state poste 5 colonne anzi che solo una al fine di ridurre la durata della misura). Per ogni colonna I, II ...V sono stati registrati mediante un odoscopia meccanica<sup>(9)</sup>, comandato dagli eventi  $T$ , gli eventi  $T+1$ ,  $T+2$ ,  $T+3$ . I risultati delle registrazioni dopo avere raggruppato opportunamente gli eventi registrati, sono riportati nella tab. V; con 0 si è indicato un contatore non colpito. Per l'analisi che sarà fatta nel seguito, gli eventi  $T+0+2+3$  sono stati inclusi sia nell'ultima che nella penultima colonna della tabella; analogamente gli eventi  $T+1+0+3$  sono stati inclusi sia nella 2<sup>a</sup> che nell'ultima colonna.

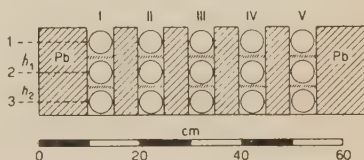


Fig. 2. - Dispositivo per selezionare, col metodo delle anticoincidenze, i fotoni degli sciami;  $h_1 = 3$  mm Pb,  $h_2 = 12$  mm Pb.

TABELLA V.

$S$ (m <sup>2</sup> )	$\sum \begin{Bmatrix} T+1+0+2 \\ T+1+2+0 \\ T+1+2+3 \\ T+1+0+3 \end{Bmatrix}$ $= T + (1)$	$\sum \begin{Bmatrix} T+0+2+0 \\ T+0+2+3 \end{Bmatrix}$ $= T + (2)$	$\sum \begin{Bmatrix} T+0+2+3 \\ T+0+0+3 \\ T+1+0+3 \end{Bmatrix}$ $= T + (3)$
0,06	372	66	57
0,18	280	61	43

(9) C. MILONE: *Nuovo Cimento*: **10**, 340 (1953).



Riferendoci ai simboli adottati nella tab. V la frequenza degli eventi  $T+(1)$  può essere espressa dalla relazione

$$T+(1) = K \int_0^{\infty} A^{-(\gamma+1)} (1 - \exp[-SA])^3 (1 - \exp[-0,04A]) dA.$$

La frequenza delle anticoincidenze  $T+(\bar{2})$  può essere espressa dalla relazione

$$T+(\bar{2}) =$$

$$= K \int_0^{\infty} A^{-(\gamma+1)} (1 - \exp[-SA])^3 \left(1 - \exp\left[-\frac{f}{e} P_{ph} \cdot 0,04A\right]\right) (\exp[-0,04A]) dA.$$

Analoga relazione vale per  $T+(\bar{3})$ , solo che in questo caso il valore di  $P_{ph}$  è quello relativo ad  $h = 3 + 12 = 15$  mm Pb, mentre nel caso  $T+(\bar{2})$  il valore di  $P_{ph}$  è quello relativo ad  $h = 3$  mm Pb. Abbiamo calcolato graficamente il

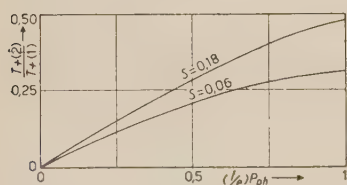


Fig. 3. - Valori del rapporto  $[T+(\bar{2})]/[T+(1)]$  in funzione di  $f/e) P_{ph}$  ricavati in base alle espressioni  $T+(\bar{2})$  e  $T+(1)$  del testo ed utilizzati per risalire al valore di  $f/e$  dopo avere determinato sperimentalmente il valore del rapporto  $[T+(\bar{2})]/[T+(1)]$ .

rapporto  $[T+(\bar{2})]/[T+(1)]$  per  $S = 0,06$  ed  $S = 0,18$  m<sup>2</sup> e per vari valori del rapporto  $(f/e)P_{ph}$  ponendo  $\gamma+1 = 2,4$ . Coi risultati ottenuti sono stati costruiti i grafici riportati nella fig. 3. Tali grafici permettono di determinare in base ai valori sperimentali di  $[T+(\bar{2})]/[T+(1)]$  e  $[T+(\bar{3})]/[T+(1)]$  i corrispondenti valori di  $(f/e)P_{ph}$ , da cui, noti i valori di  $P_{ph}$ , si può risalire ai valori di  $f/e$ .

I valori di  $f/e$  ottenuti per tale via sono riportati nella tab. VI.

Dato il basso numero totale di eventi registrati possiamo attribuire solo un valore indicativo ai risultati trovati; si può ritenere che i valori ottenuti per  $h = 3$  mm siano approssimati per eccesso, perchè non si è tenuto conto della produzione di elettroni nelle pareti dei contatori, e che i valori ottenuti per  $h = 15$  mm siano ap-

TABELLA VI.

$S$ (m <sup>2</sup> )	$h$	$f/e$	$(f/e)$ medio
0,06	3	$0,90 \pm 0,15$	$0,75 \pm 0,15$
	15	$0,60 \pm 0,10$	
0,18	3	$0,95 \pm 0,15$	$0,75 \pm 0,20$
	15	$0,55 \pm 0,10$	

prossimati per difetto a causa della riduzione dell'angolo solido, di cui non si è tenuto conto.

## 6. - Discussione e conclusione.

Nella fig. 4 sono riportati i valori medi di  $f/e$  ottenuti col metodo  $a)$  e col metodo  $c)$ , e quelli ottenuti col metodo  $b)$  con  $h = 6$  mm Pb. I valori ottenuti col metodo  $a)$  risultano un po' più elevati di quelli ottenuti con gli altri due metodi. Tuttavia, sembra si possa attribuire al rapporto  $f/e$  un valore poco inferiore ad uno, e sembra inoltre che tale valore, nell'intervallo di densità preso in considerazione decresca leggermente col decrescere della densità media degli sciamei selezionati. Poichè questi risultati concordano anche coi risultati  $(^1)$ ,  $(^3)$  e  $(^4)$  (v. tab. I), ci sembra di poter escludere che esista una variazione nel rapporto  $f/e$  col variare di  $\Delta$  così grande come quella riscontrata in  $(^2)$  (v. tab. I).

Per quanto riguarda la diminuzione del rapporto  $f/e$  col diminuire di  $\Delta$  facciamo osservare che i valori di  $f/e$  sono dedotti assumendo che le funzioni  $P_{el}$  e  $P_{ph}$  conservino inalterata la loro forma col variare di  $\Delta$ . Se questo non è (e la variazione del coefficiente di assorbimento in acqua delle particelle di sciame al variare di  $\Delta$  riscontrata in un precedente lavoro  $(^8)$  ci può fare dubitare in questo senso), le variazioni di  $P_{el}$  e  $P_{ph}$  potrebbero essere in parte responsabili della variazione di  $f/e$  che si rileva sperimentalmente col variare di  $\Delta$ .

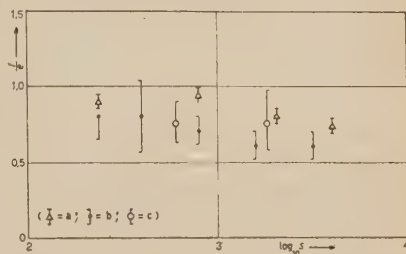


Fig. 4. - Valori medi del rapporto  $f/e$  ottenuti coi tre metodi per diversi valori di  $S$ .

## SUMMARY

Experiments have been performed at the sea level, by means of G.M. counters, to study the variation of the ratio photons/electrons ( $f/e$ ), in the extensive air showers of cosmic rays, as a function of the average density,  $\Delta$ . The results obtained with three different methods show that the ratio  $f/e$  is slightly smaller than unity and decreases slowly when the average density of the showers decreases from about 40 to about 3 particles/m<sup>2</sup>.

## Determinazione del coefficiente di assorbimento degli ultrasuoni dei liquidi mediante il metodo termico.

E. GROSSETTI

*Istituto di Fisica dell'Università - Napoli*

(ricevuto il 23 Dicembre 1953)

**Riassunto.** — Nel seguente lavoro si riportano misure effettuate per determinare il coefficiente di assorbimento degli ultrasuoni in alcuni liquidi (acqua, glicerina, olio di vasellina, alcool amilico) mediante il metodo termico. Dall'esame dei valori teorici e sperimentali di  $\alpha/\nu^2$  si rileva che per frequenze più basse i valori sperimentali di  $\alpha/\nu^2$  sono più lontani da quelli dedotti teoricamente, ma tale differenza diminuisce con l'aumentare della frequenza.

---

Nel seguente lavoro si riportano misure effettuate per determinare il coefficiente di assorbimento degli ultrasuoni in alcuni liquidi mediante il metodo termico <sup>(1)</sup>. Si è scelto come liquido l'acqua, e le misure sono state effettuate per le frequenze di 1,8; 4,2; 7,8; 11,4 MHz. È noto che se  $I_x$  è l'intensità delle onde ultrasonore in una sezione normale di un fascio ultrasonoro ad una distanza  $x$  dalla sorgente, il calore prodotto in tale sezione nell'unità di tempo è espresso da:

$$q_x = \frac{SI_x}{J},$$

in cui  $S$  è la sezione normale del fascio in  $\text{cm}^2$ , ed  $J$  è l'equivalente meccanico della caloria. Si può, quindi, misurando la quantità di calore prodotta a

<sup>(1)</sup> S. PARTHASARATHY, S. S. CHARI e P. P. MAHENDROO: *Journ. de Phys. et le Radium*, **14**, 366 (1953).



diverse distanze dalla sorgente di ultrasuoni, determinare il valore del coefficiente di assorbimento  $\alpha$  dalla relazione:

$$(1) \quad q = q_0 \exp[-2\alpha x],$$

in cui  $q$  è la quantità di calore prodotta nel liquido ad una distanza  $x$  dalla sorgente, e  $q_0$  quella prodotta a distanza  $x = 0$ .

La relazione (1) ci permette di costruire, riportando sull'asse delle ordinate i  $\log q$  e sulle ascisse le distanze  $x$  dalla sorgente la retta il cui coefficiente angolare dà il doppio del coefficiente di assorbimento.

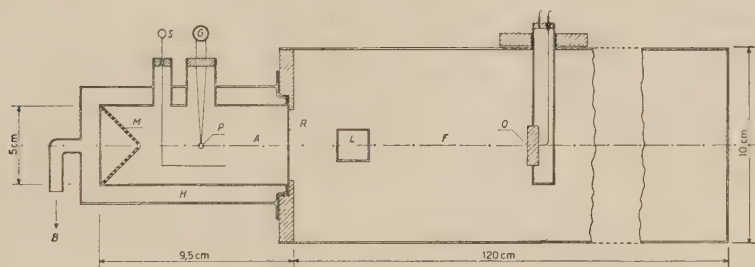


Fig. 1.

Il dispositivo sperimentale adottato per l'acqua era il seguente (fig. 1): il liquido era contenuto nel vaso metallico e cilindrico  $F$  e nel vaso calorimetrico  $A$ , di perspex a doppia parete, fra le quali si operava il vuoto estraendo l'aria attraverso  $B$ . Nel vaso calorimetrico veniva ancora immerso un agitatore  $S$  azionato mediante un sistema meccanico, mentre gli aumenti di temperatura venivano misurati a mezzo di una pinza termoelettrica  $P$  collegata ad un galvanometro  $G$ . Il calorimetro  $A$  era fissato al tubo di ottone  $F$  del diametro di 10 cm e lungo 120 cm, anch'esso contenente acqua. L'acqua del calorimetro  $A$  era separata da quella in  $F$  mediante una sottile lamina di cellofane  $R$  trasparente agli ultrasuoni. Il tubo di ottone portava lateralmente e dalle due parti opposte due vetri a facce piane e parallele  $L$ , attraverso i quali, osservando otticamente le frange di diffrazione, era possibile adattare la frequenza dell'oscillatore in modo da farla coincidere con quella di risonanza della lamina di quarzo produttrice degli ultrasuoni. Il quarzo racchiuso in una scatoletta metallica e con una sola faccia a contatto del liquido era situato nel tubo  $F$  in modo che il centro della lamina si trovava sull'asse del tubo stesso e normale ad esso e poteva farsi variare la distanza del quarzo dalla lamina di cellofane. Durante l'emissione degli ultrasuoni si usava l'accorgimento di operare piccole variazioni sulla frequenza dell'oscillatore in modo da farla coincidere sempre con quella di risonanza del quarzo e si manteneva

sempre costante la d.d.p. agli estremi delle armature del quarzo a mezzo di un variometro e di un voltmetro elettronico. Il vaso calorimetrico poteva contenere all'incirca 200 cm<sup>3</sup> di liquido, mentre il tubo grande di ottone era capace di circa 9 litri. Siamo stati obbligati ad usare un tubo molto lungo (e quindi notevoli spessori di liquido attraversati dagli ultrasuoni), in primo luogo per il piccolo valore del coefficiente di assorbimento dell'acqua per frequenze non molto elevate, e ancora perchè l'aumento di temperatura del liquido rinchiuso in *A*, risultasse, essendo la sua massa molto inferiore a quella di *F*, sempre maggiore di quello del liquido contenuto in quest'ultimo.

Nel fondo del vaso calorimetrico veniva inoltre disposta una reticella di ottone *M*, a forma di cono per operare in condizioni di onde progressive.

Con tale dispositivo, rimanendo costante la massa d'acqua contenuta nel vaso calorimetrico, si misuravano gli aumenti di temperatura che subiva il liquido calorimetrico per effetto della produzione del calore dovuto al passaggio delle onde ultrasonore. Per le frequenze di 1,8, 4,2, 7,8 MHz, si facevano misure di aumenti di temperatura per posizioni del quarzo rispetto alla lamina

di cellofane a distanza di 20, 40, 60 cm, mentre per la frequenza di 11,4 MHz le distanze erano di 20, 30, 40 cm. La durata degli ultrasuoni era di 5 minuti, e l'aumento di temperatura era misurato leggendo le deviazioni al galvanometro ogni 30 secondi per una durata di circa 5 minuti prima ed al termine del passaggio degli ultrasuoni. In fig. 2 è riportato l'andamento di una determinazione effettuata col metodo su esposto; il numero di deviazioni corrispondenti al segmento *AB* risultava quindi proporzionale all'aumento di temperatura. Risulta, dall'esame della fig. 2, che una certa quantità di calore passa dal liquido calorimetrico verso l'esterno per irraggiamento e che un'altra parte di calore passa dal liquido calorimetrico nel liquido contenuto in *F* per conduzione. (Dopo il passaggio degli ultrasuoni, la temperatura del liquido in *F* risultò sempre inferiore a quella del liquido calorimetrico).

Il metodo grafico su esposto ci dà modo di determinare l'aumento di temperatura deducendolo dal tratto *AB* ed in tal modo si tien conto anche delle quantità di calore cedute dal liquido calorimetrico per irraggiamento e conduzione.

Sono state eseguite per l'acqua misure di  $\alpha$  alle frequenze di 1,8; 4,2; 7,8; 11,4 MHz ossia 3<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 13<sup>a</sup> e 19<sup>a</sup> armonica della frequenza fondamentale del quarzo. I valori trovati sono riportati nella tabella I.

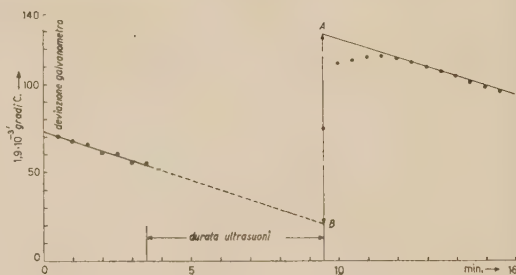


Fig. 2.

TABELLA I.

$\nu$ in MHz	Valori sperimentali (metodo termico) $(\alpha/\nu^2) \cdot 10^{17} \text{ s}^2/\text{cm}$	Valori sperimentali ottenuti da altri autori (metodo meccanico) $(\alpha/\nu^2) \cdot 10^{17} \text{ s}^2/\text{cm}$	Valori teorici $(\alpha/\nu^2) \cdot 10^{17} \text{ s}^2/\text{cm}$
1,8	$87 \pm 3,0$	280	8,5
4,2	$31 \pm 1,0$	50	»
7,8	$18 \pm 0,6$	28	»
11,4	$9 \pm 0,3$	23	»

Dall'esame dei valori teorici e sperimentali di  $\alpha/\nu^2$  si rileva che per frequenze più basse i valori sperimentali di  $\alpha/\nu^2$  sono più lontani da quelli dedotti teoricamente e la loro differenza diminuisce con l'aumentare della frequenza.

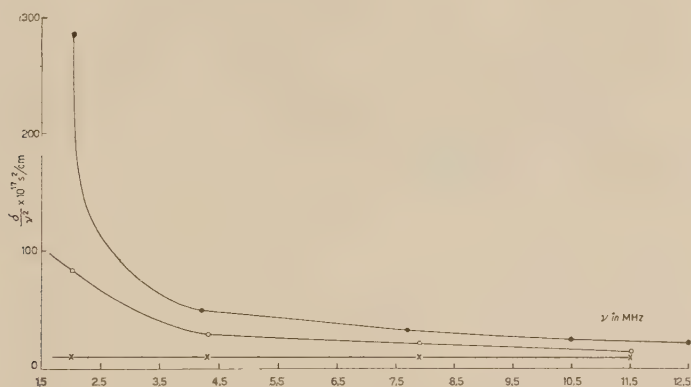


Fig. 3. — ● valori sper. (metodo meccanico); ○ valori sper. (metodo termico);  
× valori teorici.

In fig. 3 sono riportati gli andamenti sperimentali e teorici di  $\alpha/\nu^2$  in funzione della frequenza. Facendo uso dello stesso vaso calorimetrico di perspex collegato ad un tubo di ottone molto più corto e del diametro di 8 cm venivano

TABELLA II.

$\nu = 1,8 \text{ MHz}$	Valori sperimentali (metodo termico) $(\alpha/\nu^2) \cdot 10^{17} \text{ s}^2/\text{cm}$	Valori teorici $(\alpha/\nu^2) \cdot 10^{17} \text{ s}^2/\text{cm}$
Glicerina . . . . .	$3700 \pm 3,0 \cdot 10^3$	895
Olio di vasellina . . . . .	$4620 \pm 3,7 \cdot 10^3$	672
Alcool amilico . . . . .	$246 \pm 0,2 \cdot 10^3$	58



ancora determinati i coefficienti di assorbimento  $\alpha$  relativamente alla glicerina, olio di vasellina, alcool amilico per la frequenza di 1,8 MHz. Si ottenevano i seguenti risultati come dalla tabella II.

Dall'esame dei risultati sperimentali si osserva per tali liquidi e per la frequenza di 1,8 MHz che i valori di  $\alpha/v^2$  si mantengono sempre superiori a quelli teorici ma non se ne discostano molto.

Si ringrazia vivamente il prof. ANTONIO CARRELLI, Direttore dell'Istituto, per i consigli dati ed i mezzi messi a disposizione.

---

#### SUMMARY

In this paper we describe the measurements made for the determination of the absorption coefficient of ultrasonic waves in some liquids (water, glycerin, vaselin oil, amyl alcohol), with the thermal method. From an examination of the theoretical and experimental values of  $\alpha/v^2$  one sees that at the lowest frequencies the experimental values of  $\alpha/v^2$  are farther from the theoretical ones, and that the difference between the two lessens with increasing frequency.

## Study of RCA 5819 and EMI 6260 Photomultipliers as Individual Photon Counters.

L. COLLI, U. FACCHINI and A. ROSSI (\*)

*Laboratori CISE - Milano*

(ricevuto il 5 Gennaio 1954)

**Summary.** — The behaviour of RCA 5819 and EMI 6260 photomultipliers as individual photon counters is described. We studied the spectrum and the intensity of the background pulses at room temperature and at a lower temperature corresponding to cooling by dry-ice and acetone mixture. The sensitivity to photons of wave length of about  $5\,500\text{ \AA}$  has been found, at room temperature: 600-2400 photons per second and per  $\text{cm}^2$ ; with cooled dry-ice acetone mixture: 30-120 photons per second and per  $\text{cm}^2$ .

### 1. — Introduction.

It is known <sup>(1,2)</sup> that the use of the photomultipliers as counters of pulses given by individual photons permits the attainment of the highest sensitivity for the detection of weak light fluxes.

Some workers <sup>(3-6)</sup> conducted extensive studies of the characteristics of RCA 931 A photomultipliers or an equivalent thereof, and have also investigated their possibilities as counters of single photons.

We believe it interesting to report the results obtained by us in the study

(\*) From Istituto di Fisica dell'Università di Milano, and Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Milano.

<sup>(1)</sup> Z. BAY: *R.S.I.*, **12**, 127 (1941).

<sup>(2)</sup> G. E. KRON: *Astrophys. Journ.*, **103**, 324 (1946).

<sup>(3)</sup> R. W. ENGSTROM: *J.O.S.A.*, **37**, 420 (1947).

<sup>(4)</sup> G. A. MORTON and J. A. MITCHELL: *RCA Rev.*, **9**, 632 (1948).

<sup>(5)</sup> R. WESTÖÖ and T. WIEDLING: *Ark. för Fysik*, **1**, 269 (1949).

<sup>(6)</sup> G. R. MORTON: *RCA Rev.*, **10**, 525 (1949).

of RCA 5819 and EMI 6260 photomultipliers used as individual photon counters.

The surface of the photocathode of such tubes is about  $10 \text{ cm}^2$ , much larger than that of the 931 A type.

The photocathode is placed at the head of the tube, thus permitting to have a large useful solid angle and, by means of a suitable guide, to collect the light from a large radiating surface.

The general characteristics of RCA 5819 and EMI 6260 photomultipliers have been described in recent papers <sup>(7,8)</sup>.

We have studied in all ten photomultipliers. The following results, similar in respect of the RCA 5819 and EMI 6260 type, correspond to the best among the above ten.

## 2. - Experimental apparatus.

The total voltage applied to the photomultipliers was from 800 to 1000 V and was obtained from a high voltage supply stabilized at 0.1 percent. The

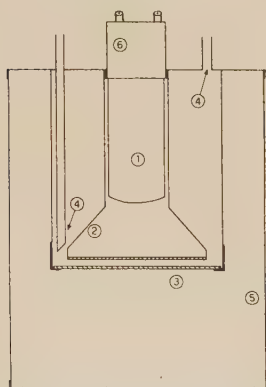


Fig. 1. - Drawing of the photomultiplier mounted with flowing water thermostatic system. 1) photomultiplier; 2) light guide painted with powdered MgO; 3) glass window sealed with araldite; 4) container with water circulation; 5) light-tight container; 6) socket containing the voltage divider.

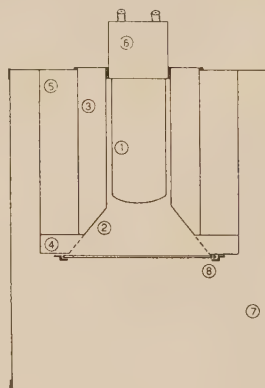


Fig. 2. - Drawing of the photomultiplier mounted with a cooling system using a mixture of dry ice and acetone. 1) photomultiplier; 2) light guide painted with powdered MgO; 3) dry ice container; 4) container for silica gel in order to dry the photomultiplier box; 5) vermiculite; 6) socket containing the voltage divider; 7) light-tight container; 8) glass held in place by means of rubber gaskets.

<sup>(7)</sup> R. W. ENGSTROM, R. G. STODENHEIMER and A. M. GLOVER: *Nucleonics*, **10**, 4, 58 (1952).

<sup>(8)</sup> J. D. MCGEE: *Nucleonics*, **10**, 3, 34 (1952).



photomultiplier anode output is connected with a type 100 preamplifier; then the pulses are formed by means of a delay line with a reflection time of  $2.2 \mu\text{s}$  and further amplified with a type 100 amplifier. The resolution time is consequently  $2.2 \mu\text{s}$ . The total external gain used ranges from about 60 000 to 200 000 for the various conditions.

The pulse height analysis was made by a 99 channels pulse analyzer. Simultaneously an integral discriminator was used together with a scaler for counting pulses of height greater than that prefixed threshold.

The phototube is mounted usually in a light-tight container, where the sources under study are placed. In order to ensure a steady temperature in the apparatus of fig. 1 a water circulation is arranged around the phototube. The apparatus in fig. 2 permits the cooling of the phototube by means of a freezing mixture.

### 3. — Results.

In fig. 3*a*, the spectrum of the background pulses, obtained by maintaining the phototube in complete darkness, is illustrated.

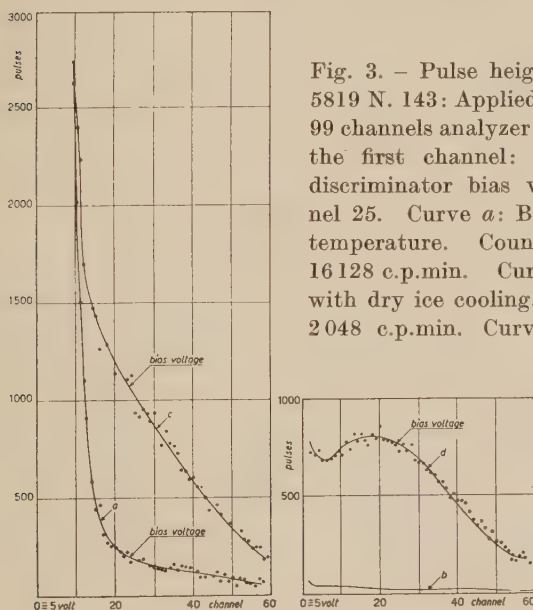


Fig. 3. — Pulse height distribution. Photomultiplier RCA 5819 N. 143: Applied voltage: 800 V. External gain: 67 500. 99 channels analyzer setting: bias voltage, corresponding to the first channel: 5 V; channel width: 0.6 V. Integral discriminator bias voltage 20 V, corresponding to channel 25. Curve *a*: Background pulse distribution at room temperature. Counting rate above the bias voltage: 16 128 c.p.min. Curve *b*: Background pulse distribution with dry ice cooling. Counting rate above the bias voltage: 2 048 c.p.min. Curve *c*: Background plus pulses given

by a weak light source at room temperature. Counting rate above the bias voltage: 61 440 c.p.min. Curve *d*: Background plus pulses given by a weak light source with dry ice cooling: Counting rate above the bias voltage: 47 360 c.p.min. Curve *d* is normalized to give the same effect value as curve *c*.

The large number of small pulses that are observed in the figure is mainly attributed to electrons emitted thermally by the dynodes.

The part above the value of the bias voltage indicated in fig. 3*a*, corresponds to electrons emitted thermally by the photocathode.

The value of this thermal background is very important in establishing the photomultiplier sensitivity. With the phototubes used, we obtain at room temperature from 200 to 400 pulses per second above the useful bias voltage.

It is well known that thermoelectronic emission depends strongly on the temperature, and that the best means of reducing this emission is by cooling the phototube.

Using the apparatus of fig. 2 cooled by dry ice-acetone mixture, we can obtain a background reduction from 20 to 30 times.

The pulse height distribution obtained with the cooled phototube, and on the same conditions of fig. 3*a*, is illustrated in fig. 3*b*.

The effect of weak intensity of light has been studied by placing in the vicinity of the photocathode an almost completely screened lamp, or a layer of a phosphorescent substance.

The height distribution of the pulses obtained with a photomultiplier at room temperature and with a cooled photomultiplier are shown in fig. 3*c* and 3*d* respectively. In fig. 3*d* a rather wide peak is noted. The pulses of this peak are assumed to be due to individual photoelectrons emitted by the photocathode.

A similar peak, though in a less precise way, is obtainable by subtracting from the curve *c* in fig. 3 the relative background (curve *a*). From the following measurement it is evident that the pulses described correspond to individual photoelectrons: the pulses given above the useful bias voltage by the two lamps *A* and *B* are counted separately as  $N_A$  and  $N_B$ , and together as  $N_{A+B}$ . From Table I it follows that sensibly  $N_{A+B} = N_A + N_B$ . The two

TABLE I. — Photomultiplier: RCA 5819 N. 195. Applied voltage: 900 V.  
External gain: 128000.

Discriminator setting	Bias voltage 12 V Counts per min.	Bias voltage 25 V Counts per min.
Background . . . . .	24 448	11 008
Lamp <i>A</i> : $N_A$ . . . . .	25 984	11 776
Lamp <i>B</i> : $N_B$ . . . . .	62 464	26 496
Total: $N_A + N_B$ . . . . .	88 448	38 272
Lamps <i>A</i> and <i>B</i> : $N_{A+B}$ . . . . .	86 144	40 192

sources acting simultaneously give an effect equal to the total of the pulses given separately and the linear behaviour indicates that the pulses counted in the three cases come from single photoelectrons and not from two or more electrons extracted during the resolution time of the apparatus.

It is known that the cooling of the phototube does not alter noticeably

its photoelectric and multiplying characteristics. These facts have been controlled; Table II shows a partial results.

TABLE II. — Photomultiplier: RCA 5819 N. 195. Applied voltage: 800 V.  
External gain: 128 000. Bias voltage: 12 V.

	Background Counts per min.	Weak lamp plus background Counts per min.	Effect Counts per min.
At room temperature . .	17 920	72 448	54 528
With dry ice and acetone	320	49 664	49 344

For a good reproducibility of the counting rate it is necessary to keep the phototube constantly apart from light, even when it is at rest with no voltage applied. If it is exposed to light even for a few minutes, for example to daylight, the background counting rate becomes very high. It is also observed that this very high counting rate after the illumination decreases in the time with at least two lifetimes until it returns after a few days to the initial stable value.

In fig. 4 the decay of this counting rate in a phototube RCA 5819 is represented. Similar results are observed using EMI 6260 photomultipliers.

If the illumination is very intense, the phototube behaves irregularly for some days, apart from giving high background.

Departing from conditions of rest, the phototube shows with the use an increase of the background of 1.5 to 2 times in the course of about 2 hours. The increase is faster when the intensity of the source under study is higher. This notwithstanding, we have obtained during a period of some months a steady reproducibility of the background and of the photon yield.

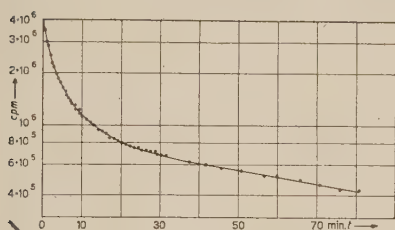


Fig. 4. — Counting rate after 10 min exposition to daylight. Photomultiplier: RCA 5819 N. 143. Applied voltage: 750 V. Discriminator bias voltage: 8 V. Counting rate before exposition 19 200 c.p.min. Initial counting rate after exposition  $4 \cdot 10^6$  c.p.min. Observed decay 5 times:  
 $\tau_1 = 4.5$  min,  $\tau_2 = 85$  min.

#### 4. — Discussion.

The sensitivity of the apparatus, i.e. the minimum light intensity detectable, depends on the stability of the set-up and on the value of the background.

We can assume that the minimum measurable counting rate corresponds



more or less to a rate which is equal to the background. At room temperature this represents about 200-400 photoelectrons per second; and only 10-20 per second with dry ice cooling.

Setting the bias voltage roughly on the position of the peak as indicated in fig. 3 in order to have the best signal to noise ratio, about half the photoelectrons extracted from the cathode are lost in the counting. Nevertheless for the lowest intensities detected, this method of counting is more fruitful than the measurement of the total current.

This becomes evident upon the observation of the spectra of fig. 3a and 3b. In fact with a suitable setting of the bias voltage all the smaller pulses which contribute to the most of the background current are eliminated.

Table III shows this advantage. While for a given light intensity we obtain by measuring the current only an increase of about 40% above the background, we have by counting an effect of 2.8 times the background.

This advantage is obviously reduced by utilizing an intensity much higher than the background.

To evaluate the minimum intensity of light measurable by counting, one must take into account the photoelectric yield of the photocathode.

This yield is generally in the order of 0.03 to 0.06 photoelectrons per incident photon in our cases, in the zone of maximum sensitivity (about 5500 Å).

(The sensitivity generally extends in the range of wave lengths between 3800 and 7000 Å).

TABLE III. - Photomultiplier: RCA 5819 N. 143. Applied voltage: 800 V.  
External gain: 67 500.

	Weak lamp plus background	Background	Effect to background ratio
At room temperature:			
Counting rate above 20 V (chan- nel 25 in fig. 3a,c) c.p.min	61 440	16 128	2.8
Total anode current: Ampère .	$4.3 \cdot 10^{-10}$	$3.1 \cdot 10^{-10}$	0.4
With dry ice:			
Counting rate above 20 V (chan- nel 25 in fig. 3b,d) c.p.min	59 648	2 560	22.3
Total anode current: Ampère .	$1.9 \cdot 10^{-10}$	$1.5 \cdot 10^{-11}$	11.6

Taking into account the above mentioned loss of half the photoelectrons, due to the position of the useful bias voltage, and the minimum background

values in the case of a cooled photocathode it may be concluded that a minimum flux of 300-1200 photons per second incident on the hole photocathode can be detected. This corresponds to 30-120 photons per second per  $\text{cm}^2$ .

In spite of the larger photocathode this sensitivity is comparable to that obtained in similar conditions, using 931 A photomultipliers <sup>(5)</sup>.

## 5. - Acknowledgments.

Our thanks are due to Prof. G. BOLLA for his useful advice; one of us (A.R.) is grateful to the CISE for kind hospitality and to the CNR for financial support.

## RIASSUNTO (\*)

Si descrive il comportamento di fotomoltiplicatori RCA 5819 e EMI 6260 usati come contatori di singoli fotoni. Abbiamo studiato lo spettro e l'intensità degli impulsi di fondo a temperatura ambiente e a una temperatura inferiore corrispondente al raffreddamento con miscela di ghiaccio secco e acetone. La sensibilità ai fotoni di lunghezza d'onda di circa  $5500 \text{ \AA}$  è risultata a temperatura ambiente:  $600 \div 2400$  fotoni per secondo e per  $\text{cm}^2$ ; alla temperatura della miscela ghiaccio secco-acetone,  $30 \div 120$  fotoni per secondo e per  $\text{cm}^2$ .

(\*) Traduzione a cura della Redazione.

## Misure di sezioni d'urto totali per neutroni lenti.

E. GATTI, E. GERMAGNOLI e G. PERONA

*Laboratori CISE - Milano*

(ricevuto il 9 Gennaio 1954)

**Riassunto.** — La sezione d'urto totale dell'uranio per neutroni lenti è stata misurata in funzione dell'energia dei neutroni col metodo di trasmissione, mediante uno spettrografo a tempo di volo e una sorgente impulsata di neutroni. Le misure si riferiscono anche a un intervallo di energia per cui tale sezione d'urto non è stata finora resa nota. Le sezioni d'urto totali del Cadmio e del Nickel sono state misurate per controllo nello stesso intervallo di energia e con lo stesso metodo.

### 1. — Introduzione.

L'acceleratore statico da 400 kV <sup>(1)</sup> e lo spettrografo a tempo di volo <sup>(2)</sup>, già descritti in precedenti lavori, sono stati usati per la misura delle sezioni d'urto totali per neutroni lenti di alcuni elementi (cadmio, nickel, uranio). Due di queste sono note <sup>(3,4)</sup> e la loro misura è stata ripetuta allo scopo di controllare la messa a punto dell'intera apparecchiatura; di quella dell'uranio nessuna determinazione, estesa all'intero intervallo delle energie termiche, è stata finora descritta.

Il metodo di trasmissione, che si è usato, è stato estesamente discusso da parecchi autori <sup>(5)</sup>. In questo tipo di misura la distribuzione energetica dei neutroni lenti uscenti da un opportuno materiale rallentante viene analizzata

---

<sup>(1)</sup> E. GATTI, G. PERONA e A. PERSANO: *Nuovo Cimento*, **10**, 80 (1953).

<sup>(2)</sup> E. GATTI: *R.S.I.*, **24**, 345 (1953).

<sup>(3)</sup> Ved. per esempio, L. J. RAINWATER, W. W. HAVENS JR., C. S. WU e J. R. DUNNING: *Phys. Rev.*, **71**, 65 (1947).

<sup>(4)</sup> W. W. HAVENS JR., L. J. RAINWATER, C. S. WU e J. R. DUNNING: *Phys. Rev.*, **73**, 963 (1948).

<sup>(5)</sup> Ved. per esempio, L. J. RAINWATER e W. W. HAVENS JR.: *Phys. Rev.*, **70**, 136 (1946).



a mezzo dello spettrografo a tempo di volo e confrontata con quella ottenuta in identiche condizioni salvo l'interposizione nel fascio neutronico di un campione della sostanza in esame: se  $T(E)$  è la trasmissione del campione per il valore dell'energia  $E$  dei neutroni, la sezione d'urto totale è data da

$$\sigma(E) = \frac{1}{n} \log \frac{1}{T(E)},$$

dove  $n$  rappresenta il numero di nuclei per  $\text{cm}^2$  dell'assorbitore.

Lo spettrografo a tempo di volo offre la possibilità di analizzare l'intervallo di tempo compreso tra due successive accensioni della sorgente impulsata di ioni in intervalli parziali della durata di 50 o 5 o 0,5  $\mu\text{s}$ ; in intervalli di questa larghezza viene quindi classificato il tempo di volo dei neutroni, ossia essenzialmente il ritardo tra l'istante in cui la sorgente viene accesa e l'istante in cui un neutrone viene rivelato.

Ovviamente il potere risolutivo in tempo dell'analizzatore dipende dalla larghezza dei canali oltre che dagli altri parametri che saranno discussi. La durata dell'impulso e la distanza tra « sorgente » di neutroni termici e rivelatore sono scelte in base a un compromesso tra le due esigenze opposte di un potere risolutivo quanto più possibile elevato e di una durata ragionevole delle misure, ossia di una sufficiente intensità di conteggio in ciascuno dei canali sfruttati.

Prescindendo dalle correzioni che saranno più avanti discusse, l'energia dei neutroni è valutata, canale per canale, in base alla loro velocità  $v$  che è dedotta dal rapporto tra la distanza  $s$  tra sorgente e rivelatore e il relativo tempo di volo  $t$ . L'incertezza nella determinazione dell'energia è espressa allora da

$$\frac{\Delta E}{E} = 2 \frac{\Delta v}{v} = 2 \left( \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta s}{s} \right).$$

L'importanza dei due fattori che compaiono nella precedente relazione è facilmente stimata tenendo conto delle condizioni dell'esperienza che verranno via via precisate.

## 2. - Condizioni sperimentali.

2.1. - La sorgente di neutroni veloci, ottenuti mediante la reazione  $\text{Li} + \text{D}$ , è circondata da un moderatore di paraffina della forma e delle dimensioni precisate in fig. 1. Per neutroni di energia notevolmente superiore a quella termica ( $\sim 0,025$  eV) il ritardo con cui questi escono dalla paraffina, contato a partire dall'istante di generazione dei neutroni veloci sulla targhetta, è indi-

pendente dalla geometria del rallentatore ed è stato calcolato da RAINWATER e HAVENS <sup>(5)</sup>. Per i neutroni termici invece l'istante di uscita è legato alla loro vita media nel mezzo considerato, e questa dipende dalle dimensioni del rallentatore oltre che dalle sue proprietà nucleari. Tale vita media, che in un

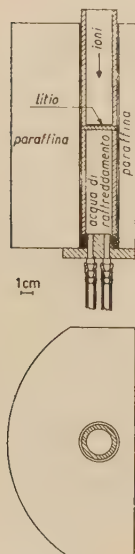


Fig. 1. - Sorgente di neutroni e moderatore.

mezzo idrogenato indefinito è di circa  $200 \mu\text{s}$ , viene ridotta dalla fuga dei neutroni dalla superficie del moderatore usato, ad un valore che è dell'ordine di  $50 \mu\text{s}$ . Il suo valore preciso si può determinare con un metodo diretto <sup>(6)</sup> e il suo effetto sul potere risolutivo dell'apparecchiatura e sulla taratura in energia dei canali dello spettrografo si stima mediante l'esame di misure eseguite con il rivelatore collocato a differenti distanze dalla sorgente, come sarà accennato in seguito.

La scelta delle dimensioni del moderatore è dettata dalle due condizioni tra loro contrastanti, d'incertezza minima nell'istante di uscita dei neutroni dalla sua superficie (legata essenzialmente alla vita media nel mezzo) e di massima intensità dei neutroni che possono raggiungere l'equilibrio termico prima di sfuggirne.

In pratica l'incertezza di circa  $50 \mu\text{s}$  cui si è accennato non è ulteriormente riducibile se non a prezzo di una eccessiva diminuzione dell'intensità disponibile, e tenendo conto di ciò l'intervallo in cui i neutroni veloci sono generati (durata dell'impulso di ioni) è stato fissato a  $50 \mu\text{s}$ , e tale valore è stato pure scelto per l'ampiezza in tempo dei canali; in queste condizioni di lavoro il potere risolutivo rimane soddisfacente per misure eseguite in zona termica.

La posizione temporale dell'impulso ionico sulla targhetta è stabilita dall'impulso di comando che lo spettrografo a tempo di volo invia alla sorgente di ioni <sup>(1)</sup>: i ritardi introdotti dal meccanismo di accensione della sorgente e dal tempo di transito dei neutroni nel tubo acceleratore sono trascurabili, poichè complessivamente minori di  $1 \mu\text{s}$ .

2.2. - Compatibilmente con le esigenze di intensità di conteggio, la distanza tra sorgente e rivelatore va fissata al massimo valore possibile. In quasi tutte le misure eseguite, una distanza di 3 metri è stata scelta: solo per le misure di trasmissione con neutroni molto lenti ( $E \lesssim 0.01 \text{ eV}$ ) ragioni di intensità ci hanno imposto di ridurre tale distanza, e il rivelatore è stato collocato a 1,20 m dalla sorgente.

<sup>(6)</sup> A. BRACCI, U. FACCHINI, E. GATTI, E. GERMAGNOLI, A. MALVICINI e G. PERONA: *Nuovo Cimento*, **10**, 949 (1953).

## NOTICE

There will shortly be published the fourth and last issue of the *Supplement* to Vol. X, Series IX, of the *Nuovo Cimento*, 1953, containing the following reviews of papers of Physics which have been published during the last years in Eastern Europe and particularly in Russia.

- J. TURKEVICH : Soviet Physics;  
R. W. CAHN : Soviet Work on Mechanical Twinning;  
A. L. MACKAY : Recent Soviet Work in the Field of Crystallography;  
A. L. MACKAY : Crystallography in Eastern Europe;  
M. MAGAT : Travaux soviétiques sur la théorie de la liaison chimique;  
S. ROSENBLUM : Sur les travaux de magnétisme en U. R. S. S.;  
D. SHOENBERG : Recent Research on Superconductivity in the U. R. S. S.;  
W. J. SWIATECKI : Polish Physics;  
G. WATAGHIN : Recent Research on Cosmic Radiation in the Soviet Union;  
J. WILKS : Recent Russian Work on Liquid Helium.

This issue, of about 200 pages, rich in information and bibliography, will be sold at the price of 2000 Italian lire and sent *free of charge to Members of the Society and to Subscribers to Nuovo Cimento for 1953.*

The number of copies available beyond the normal will be rather limited. We therefore request those interested in obtaining one or more copies of this issue to notify as soon as possible the *Publisher, Nicola Zanichelli, via Irnerio 46, Bologna.*

## AVVISO

È imminente la pubblicazione del quarto ed ultimo fascicolo del *Supplemento* al Vol. X, Serie IX, del *Nuovo Cimento*, 1953, contenente le seguenti rassegne di lavori di Fisica pubblicati negli ultimi anni in Europa Orientale e particolarmente in Russia.

- J. TURKEVICH : Soviet Physics;  
R. W. CAHN : Soviet Work on Mechanical Twinning;  
A. L. MACKAY : Recent Soviet Work in the Field of Crystallography;  
A. L. MACKAY : Crystallography in Eastern Europe;  
M. MAGAT : Travaux soviétiques sur la théorie de la liaison chimique;  
S. ROSENBLUM : Sur les travaux de magnétisme en U. R. S. S.;  
D. SHOENBERG : Recent Research on Superconductivity in the U. R. S. S.;  
W. J. SWIATECKI : Polish Physics;  
G. WATAGHIN : Recent Research on Cosmic Radiation in the Soviet Union;  
J. WILKS : Recent Russian Work on Liquid Helium.

Il fascicolo, di 200 pagine circa, ricco di notizie e di numerose indicazioni bibliografiche, è inviato *gratuitamente ai Soci e Abbonati del 1953*, ed è posto in vendita separatamente al prezzo di L. 2000.

La tiratura al di sopra di quella normale essendo assai limitata, si pregano coloro che desiderano acquistare una o più copie del fascicolo, di prenotarsi sollecitamente presso l'Editore, *Nicola Zanichelli, Bologna, via Irnerio 46*.



Onde rendere minimo il fondo di neutroni diffusi entro il rivelatore dai materiali circostanti, si è realizzato lo schermaggio schematizzato in fig. 2; in tali condizioni il fascio neutronico può praticamente considerarsi parallelo e non viene introdotta nessuna notevole causa di incertezza nella determinazione dello spazio percorso dai neutroni. Analogamente, poichè le dimensioni lineari del rivelatore e del campione sono piccole rispetto alla loro distanza relativa, risulta trascurabile la probabilità che un neutrone venga rivelato dopo essere stato diffuso da un nucleo del campione.

La scelta della distanza tra sorgente e rivelatore impone una condizione per l'intervallo di tempo che deve trascorrere tra due successivi impulsi nella sorgente di ioni, in quanto va fatto in modo che tale intervallo sia maggiore del tempo di volo dei neutroni più lenti presenti in mi-

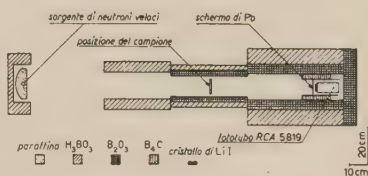


Fig. 2. - Disposizione sperimentale. Per ragioni di evidenza si è scelta una differente scala per le misure longitudinali e per le misure trasversali.

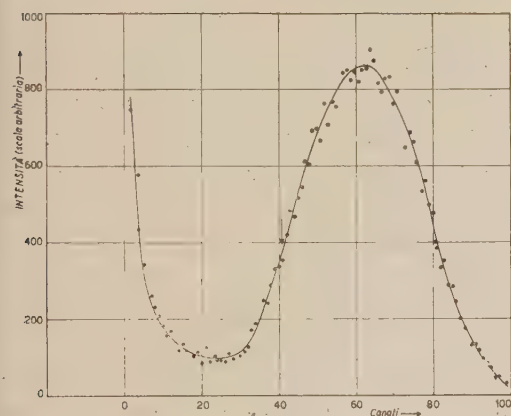


Fig. 3. - Distribuzione in energia degli impulsi dati dal rivelatore di neutroni, ricavata con un analizzatore a 99 canali. La freccia indica la posizione del taglio del discriminatore d'ingresso allo spettrografo a tempo di volo.

sura sensibile nel fascio, affinché non si abbia sovrapposizione tra gli effetti di due impulsi consecutivi. Per la geometria descritta tale condizione era soddisfatta per un intervallo di 4000  $\mu$ s tra un impulso e il successivo.

2.3. - Come rivelatore di neutroni si è usato un cristallo di LiI connesso con un fototubo RCA 5819. Il cristallo è di sezione circolare del diametro di 3,8 cm e dello spessore di 1,2 cm <sup>(7)</sup>.

La scelta di tale rivelatore è stata dettata dal fatto che esso presenta delle caratteristiche assai soddisfacenti, che enumeriamo:

a) il suo rendimento è assai elevato ( $\sim 80\%$  per i neutroni da 0,025 eV);

b) la sezione d'urto della reazione  $\text{Li}^6(n, \alpha)\text{H}^3$  segue la legge della pro-

<sup>(7)</sup> Fornito da The Harshaw Chemical Company.

porzionalità al reciproco della velocità dei neutroni e quindi è lentamente variabile in dipendenza della loro energia;

c) le dimensioni del cristallo sono sufficientemente piccole da non introdurre una notevole incertezza sulla posizione in cui ogni neutrone è rivelato;

d) come appare dalla distribuzione in energia degli impulsi data in fig. 3, è possibile una buona discriminazione tra gli eventi utili (scissioni del litio) e il fondo di radioattività indotta dalla cattura neutronica nello iodio;

e) nelle condizioni di lavoro da noi scelte e con uno schermaggio di piombo dello spessore di 1 cm il fondo dovuto ai raggi X emessi dall'impianto ad alta tensione è totalmente trascurabile e il fondo cosmico è assai ridotto (circa 5 impulsi al minuto);

f) pur di controllare accuratamente la tensione applicata al fototubo e il taglio del discriminatore di ingresso allo spettrografo a tempo di volo, la stabilità del rivelatore e la riproducibilità dei risultati è soddisfacente, ossia superiore all'errore statistico da cui sono affetti i conteggi dei singoli canali, che è del 2,5% in media in ogni ciclo parziale di misura.

Il cristallo di LiI è naturalmente sensibile anche ai raggi  $\gamma$  che accompagnano in notevole percentuale l'emissione dei neutroni nella reazione  $\text{Li} + \text{D}$ , ma ciò non altera la forma degli spettri di energia dei neutroni termici in quanto la totalità dei raggi viene registrata con ritardo nullo rispetto all'istante di generazione dei neutroni veloci, ossia sul primo canale dello spettrografo.

### 3. — Metodo di misura.

La determinazione della sezione d'urto di un elemento in un dato intervallo di energia è stata fatta alternando a brevi intervalli di tempo misure « a fascio aperto » (ossia senza assorbitore interposto nel fascio neutronico) a misure con il campione e a misure di fondo. Poichè la sorgente di neutroni ha fluttuazioni sensibili nell'intensità anche in intervalli di tempo piuttosto brevi, tutte le misure sono state normalizzate a mezzo di un « monitor » costituito da un contatore proporzionale a  $\text{BF}_3$  collocato a circa un metro dalla sorgente, in posizione tale da non essere influenzato dalla particolare geometria della misura nè da alterare il conteggio del rivelatore a cristallo di LiI.

Tale contatore a  $\text{BF}_3$  è insensibile, nelle condizioni di lavoro scelte, ai raggi  $\gamma$  e X, ha ottime caratteristiche di stabilità e la proporzionalità dei conteggi ottenuti con questo a quelli forniti dal cristallo è stata più volte verificata.

La ripartizione degli intervalli di tempo tra le misure a fascio aperto, col

campione e di fondo, e lo spessore dei campioni sono stati scelti in base ai criteri statistici discussi da vari autori <sup>(8)</sup>.

Il fondo che è dovuto essenzialmente a neutroni diffusi nel rivelatore dai materiali circostanti nonostante la presenza di forti spessori di composti di boro nella schermatura, è stato valutato interponendo nel fascio, nella stessa posizione in cui viene collocato il campione in esame, un cilindro di  $B_4C$  dello spessore di 10 cm e del diametro uguale a quello del campione; con tale schermo i neutroni appartenenti al fascio diretto sono praticamente tutti assorbiti fino ad energia dell'ordine di qualche decina di eV e il contributo al conteggio può considerarsi dovuto unicamente ai neutroni diffusi.

Le sezioni d'urto totali del cadmio, del nickel e dell'uranio sono state determinate nell'intervallo di energia compreso tra  $\sim 10^{-2}$  e  $\sim 1$  eV con una prima serie di misure eseguite con una distanza di 3 m tra sorgente e rivelatore, e comandando la sorgente di ioni ogni 4000  $\mu s$  con impulsi della durata di 50  $\mu s$  e analizzando l'intervallo tra due successivi impulsi in canali da 50  $\mu s$ .

Analoghe misure sono state eseguite, per l'intervallo di energia compreso tra qualche  $10^{-3}$  eV a  $10^{-2}$  eV, nelle stesse condizioni di ripetizione e di durata dell'impulso, ma riducendo la distanza a 1,2 m. Un fondo continuo, ossia non correlato temporalmente agli impulsi della sorgente di ioni è stato notato in queste condizioni in quei canali in cui l'intensità è piuttosto bassa: esso va imputato in parte a processi di attivazione nel cristallo (la reazione  $Li^7(n, \gamma)Li^8$  dà luogo a emissione di particelle  $\alpha$  e  $\beta$  di alta energia con un tempo di dimezzamento di 0,88 s) e nell'involucro di alluminio che lo circonda (la cattura neutronica nell'alluminio dà luogo a emissione di  $\beta$  da  $\sim 3$  MeV con un tempo di dimezzamento di 2,3 min) e in parte alla circostanza che la sorgente di ioni può non essere totalmente interdetta nell'intervallo tra gli impulsi e pertanto una debole emissione di neutroni si può avere durante tutto il tempo di funzionamento dell'acceleratore.

Tuttavia tale fondo è costante e se ne tiene conto bene.

#### 4. - Risoluzione in tempo dell'analizzatore e taratura in energia.

Come accennato in precedenza, la produzione dei neutroni veloci ha luogo in un intervallo di tempo della durata di 50  $\mu s$  e l'impulso di tensione applicato alla sorgente di ioni è squadrato (tempi di salita e di discesa  $\sim 0,5 \mu s$ ). Poichè i tempi di rallentamento dei neutroni e i vari ritardi associati alla apparecchiatura elettronica sono complessivamente dell'ordine di 4 o 5  $\mu s$  si può supporre con buona approssimazione che l'intervallo di tempo in cui i neutroni

<sup>(8)</sup> Ved. per esempio, R. RICAMO: *Nuovo Cimento*, **8**, 383 (1951).

lenti sono « generati » nel moderatore sia coincidente con quello in cui la sorgente di ioni è accesa. L'intervallo di analisi, costituito da un canale dello spettrografo a tempo di volo, è pure della durata di  $50 \mu\text{s}$  e ha gli estremi assai ben definiti.

Pertanto la funzione di risoluzione, definita come la distribuzione di probabilità che un neutrone di tempo di volo  $t$  sia rivelato in un canale prefissato, si calcola facilmente e risulta di forma triangolare, se si suppone che la vita media dei neutroni nel mezzo rallentante sia trascurabile.

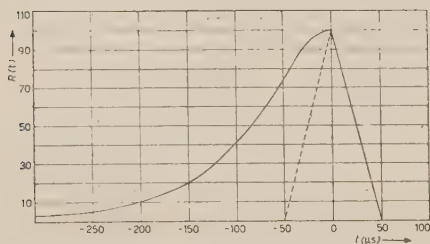


Fig. 4. — La funzione di risoluzione  $R(t)$  nelle condizioni di lavoro scelte. Il segmento tratteggiato mette in evidenza la funzione triangolare che si avrebbe se la vita media dei neutroni nel mezzo rallentante fosse trascurabile.

di generazione e ciò fa sì che l'intensità di conteggio di un determinato canale rappresenti la media, pesata secondo la funzione  $R(t)$ , delle intensità relative anche a neutroni aventi tempi di volo più brevi.

Per la taratura in tempo di volo (o in energia) dei canali va quindi valutato il ritardo  $t_r$  tra il baricentro dell'intervallo di generazione dei neutroni termici e il baricentro dell'impulso dovuto agli ioni: ciò è stato fatto sperimentalmente esaminando la dipendenza della posizione del massimo della distribuzione maxwelliana dei neutroni emessi dalla paraffina, dalla distanza tra sorgente e rivelatore. Se infatti si dispone il cristallo di LiI successivamente alle distanze di 3, 2 e 1,2 metri dalla sorgente di neutroni termici e si esamina in ciascun caso la distribuzione in tempo di volo di neutroni, si ricava che il ritardo  $t_r$  è uguale a  $61 \mu\text{s}$ .

Infatti se  $t_m$  è il tempo di volo nominale alla distanza  $s$ , e  $T$  è il tempo di volo « vero » espresso in  $\mu\text{s/m}$ , si ha

$$t_m = sT + t_r,$$

e dalla retta riportata in fig. 5 si ha appunto  $t_r = 61 \mu\text{s}$ .

Ciò è approssimativamente vero se si lavora con neutroni epitermici <sup>(3)</sup>.

Nel nostro caso in zona termica la vita media dei neutroni in paraffina è di  $53 \mu\text{s}$  e la funzione di risoluzione  $R(t)$  è rappresentata in fig. 4: la funzione triangolare è deformata, dalla parte dei tempi di volo brevi, dalla circostanza che non è piccola la probabilità che i neutroni escano dal moderatore con ritardo notevole rispetto all'istante

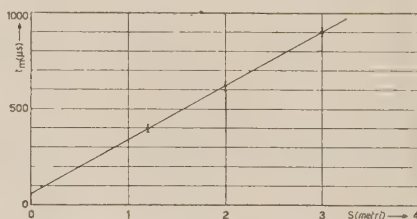
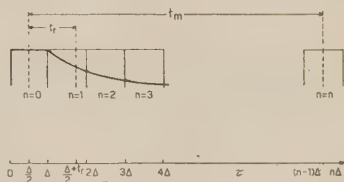


Fig. 5. Determinazione sperimentale del ritardo  $t_r$ .



Tale valore è in accordo con quello che si calcola dalla misura diretta della vita media neutronica nel mezzo rallentante. La fig. 6 illustra più chiaramente il significato delle correzioni ora considerate. Con le nostre convenzioni il tempo

Fig. 6. — Lo schema illustra la relazione tra il tempo di volo e il numero d'ordine  $n$  dei canali dello spettrografo.  $\tau=0$ : posizione dell'impulso che comanda l'accensione della sorgente di ioni.  $\tau=\Delta/2$ : baricentro dell'impulso elettrico e baricentro dell'impulso dei neutroni epitermici.  $\tau=(\Delta/2) + t_r$ : baricentro dell'impulso dei neutroni termici.  $t_m$ : tempo di volo nominale.  $\Delta$ : larghezza del canale. La curva in grassetto indica la variazione temporale dell'intensità dei neutroni termici durante e dopo l'impulso elettrico.



di volo « vero »  $T$  dei neutroni, nell'intervallo delle energie termiche è associato al numero d'ordine  $n$  dei canali, come è indicato in fig. 6, dalla relazione

$$T = \frac{n\Delta - 61}{s},$$

dove  $s$  è la distanza tra sorgente e rivelatore espressa in metri,  $\Delta$  è la larghezza dei canali ( $\Delta = 50 \mu s$ ).

La relazione che collega infine l'energia dei neutroni al tempo di volo si ha subito ed è

$$E = \frac{5272}{T^2},$$

se  $E$  è espressa in eV.

## 5. — Risultati.

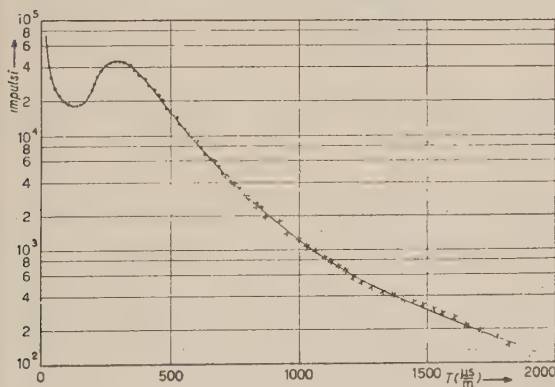


Fig. 7. — Distribuzione in tempo di volo dei neutroni uscenti dalla paraffina (curva non corretta). • risultati delle misure eseguite alla distanza di 3 metri. x risultati delle misure eseguite alla distanza di 1,2 metri.

canali dello spettrografo. In fig. 8 la medesima curva, corretta, è confrontata con quella che è da attendersi per una distribuzione maxwelliana della velocità dei neutroni termici e per il rivelatore « spesso » da noi usato.

La normalizzazione è stata ottenuta ponendo la condizione che la velocità corrispondente al tempo di volo più probabile sia quella relativa al massimo della curva sperimentale: l'energia corrispondente è di  $\sim 0,065$  eV, ossia notevolmente superiore all'energia media di agitazione termica a temperatura

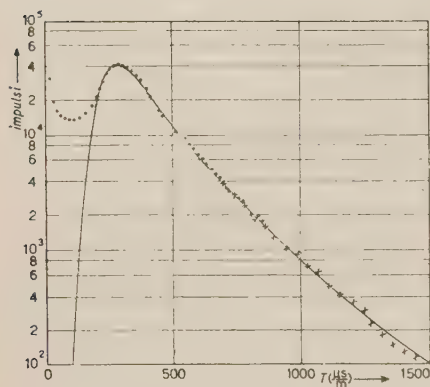


Fig. 8. — Distribuzione in tempo di volo dei neutroni uscenti dalla paraffina (curva corretta). • risultati delle misure eseguite alla distanza di 3 metri. x risultati delle misure eseguite alla distanza di 1,2 metri.

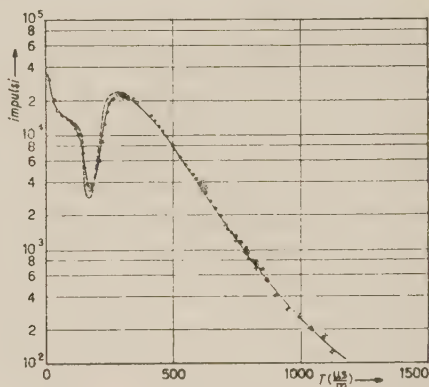


Fig. 9. — Distribuzione in tempo di volo dei neutroni uscenti dalla paraffina e trasmessi da un campione di cadmio dello spessore di  $0,0497 \text{ g cm}^{-2}$ . • risultati delle misure eseguite alla distanza di 3 metri. x risultati delle misure eseguite alla distanza di 1,2 metri.

ambiente e ciò è dovuto all'incompleto rallentamento dei neutroni nel moderatore in seguito alle dimensioni finite di questo e alle proprietà di cattura dell'idrogeno.

L'accordo tra le due curve è ottimo nell'intervallo delle energie termiche: la loro forma differisce un poco nell'intorno del massimo a causa della risoluzione finita del sistema analizzatore.

La curva sperimentale risale dalla parte dei tempi di volo brevi per effetto del contributo dei neutroni epitermici che sfuggono dal moderatore. Una curva ottenuta interponendo un campione di cadmio nel fascio neutronico è riportata in fig. 9.

È chiaramente visibile in questo caso l'effetto dell'intenso assorbimento dei neutroni nell'intervallo di energia comprendente la risonanza a  $0,176$  eV del cadmio. La curva tratteggiata è quella corretta per la risoluzione della apparecchiatura considerando la funzione di risoluzione precedentemente discussa e tenendo conto delle due forme diverse che questa assume per neutroni termici e per neutroni epitermici. Le correzioni sono notevoli (circa del 25% intorno al minimo della curva di trasmissione) a causa della insufficienza della

risoluzione in questo intervallo delle energie e conseguentemente la misura della sezione d'urto del cadmio intorno alla risonanza non è da considerarsi particolarmente precisa. Non si sono però fatte misure con risoluzione più spinta poichè ciò esulava dallo scopo del presente lavoro.

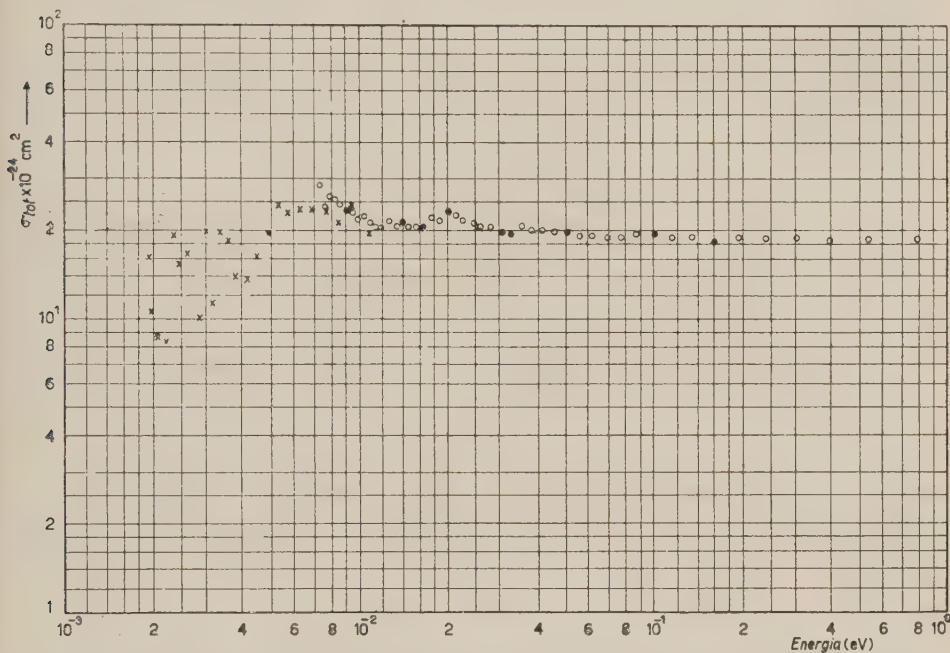


Fig. 10. - Sezione d'urto totale del nickel per neutroni lenti.  $\bigcirc$  risultati delle misure eseguite alla distanza di 3 metri.  $\times$  risultati delle misure eseguite alla distanza di 1,2 metri.

Nella fig. 10 viene data la sezione d'urto del nickel, ottenuta mediante misure con due campioni di differente spessore: il primo, da  $5,324 \text{ g cm}^{-2}$ , è stato usato nell'intervallo tra  $7 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$  e  $8 \cdot 10^{-1} \text{ eV}$ , il secondo, da  $2,701 \text{ g cm}^{-2}$ , nell'intervallo tra  $2 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$  e  $\sim 10^{-2} \text{ eV}$ . La sezione d'urto è essenzialmente costante tra  $\sim 10^{-2}$  e  $\sim 8 \cdot 10^{-1} \text{ eV}$ , come è da attendersi per un elemento per cui lo scattering è predominante sulla cattura ( $n, \gamma$ ) e l'accordo coi risultati noti <sup>(4)</sup> è buono in tale intervallo.

A bassa energia si nota l'influenza di effetti cristallini che nelle nostre condizioni sperimentali di intensità e di risoluzione non si sono potuti analizzare e separare soddisfacentemente.

I risultati relativi al cadmio sono riportati in fig. 11. Due differenti spessori di cadmio sono stati usati, ma i punti che compaiono in figura si riferiscono a un solo campione dello spessore di  $0,0497 \text{ g cm}^{-2}$  ottenuto per laminazione, essendosi avuti con l'altro campione, più spesso, dei risultati prati-

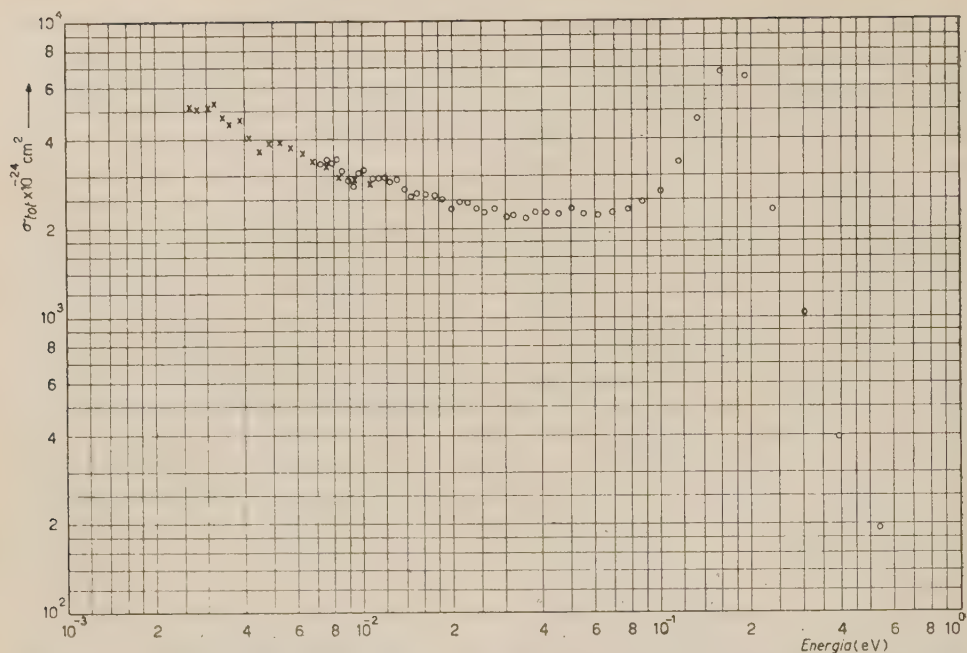


Fig. 11. Sezione d'urto totale del cadmio per neutroni lenti.  $\circ$  risultati delle misure eseguite alla distanza di 3 metri.  $\times$  risultati delle misure eseguite alla distanza di 1,2 metri.

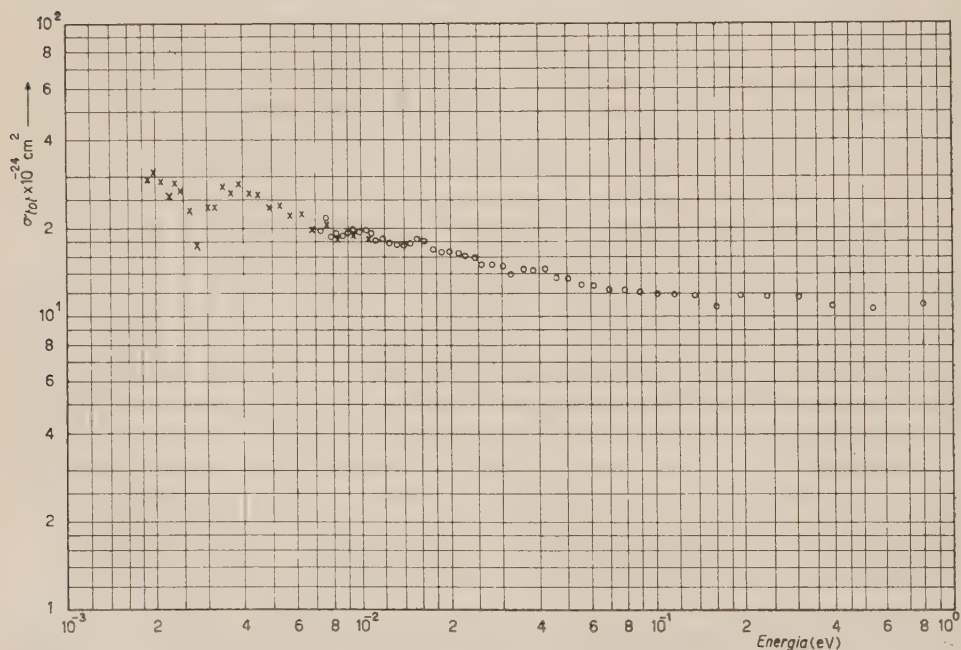


Fig. 12. Sezione d'urto totale dell'uranio per neutroni lenti.  $\circ$  risultati delle misure eseguite alla distanza di 3 metri.  $\times$  risultati delle misure eseguite alla distanza di 1,2 metri.



camente coincidenti. L'accordo coi risultati di RAINWATER e coll. <sup>(3)</sup> è generalmente buono nell'intervallo di energia comune alle due misure: scostamenti sensibili dai valori di detti autori si hanno intorno alla risonanza, ma nessun tentativo è stato fatto da noi per spiegarne la causa, per le ragioni accennate più sopra.

La sezione d'urto ottenuta con un campione di uranio metallico dello spessore di  $17,212 \text{ g cm}^{-2}$  è data in fig. 12. Non si notano in tutto l'intervallo esaminato significative deviazioni dalla legge

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{scatt}} + \frac{\sigma_0 V_0}{V},$$

dove  $\sigma_{\text{tot}}$  e  $\sigma_{\text{scatt}}$  esprimono la sezione d'urto totale e di scattering e  $\sigma_0$  è il valore della sezione d'urto di assorbimento (scissione più cattura ( $n, \gamma$ )) per la velocità  $V = V_0$  di riferimento.

Il valore della sezione d'urto di scattering, che si ha estrapolando a zero la retta ottenuta se si rappresenta  $\sigma_{\text{tot}}$  in funzione del tempo di volo, è di  $(8,2 \pm 0,2) \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$  in ottimo accordo col valore reso noto dalla A.E.C. <sup>(9)</sup>.

L'effetto di fenomeni cristallini si nota intorno a  $3 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$  e la curva da noi ottenuta si raccorda in modo soddisfacente con quella ottenuta mediante il selettore di velocità di Brookhaven <sup>(10)</sup>.

Ringraziamo il prof. G. BOLLA, il prof. B. FERRETTI, l'ing. M. SILVESTRI e il dott. A. PERSANO per l'interessamento e gli utili consigli da loro avuti riguardo al presente lavoro, l'ing. A. CACCIARI del laboratorio metallurgico per la preparazione dell'uranio, il laureando sig. ASCOLI per l'aiuto prestato nell'esecuzione delle misure e il sig. E. BRUTTO per la sua continua e preziosa opera di messa a punto e di controllo dell'acceleratore.

<sup>(9)</sup> A.E.C. Release, April 7 (1952).

<sup>(10)</sup> D. J. HUGHES, H. PALEVSKI e F. G. P. SEIDL: AECU 2040 (Neutron Cross Sections).

## SUMMARY

The energy dependence of the total cross-sections for slow neutrons of uranium, nickel and cadmium has been investigated with the transmission method by means of a time-of-flight spectrometer and of a pulsed neutron source.

## The Interaction between Equilibrium Defects in the Alkali Halides: The "Ground State", Binding Energies between Divalent Impurities and Vacancies.

F. BASSANI (\*) and F. G. FUMI (\*)

*Istituto di Scienze Fisiche dell'Università - Milano*

(ricevuto l'11 Gennaio 1954)

**Summary.** — The binding energies of divalent impurity ions ( $\text{Cd}^{++}$ ,  $\text{Ca}^{++}$  and  $\text{Sr}^{++}$ ) and positive-ion vacancies at the distance of next-nearest neighbours have been computed in NaCl and KCl crystals using the Born-Mayer model of ionic solids. The results indicate that the binding energy increases with the ionic radius of the impurity and is somewhat smaller in KCl than in NaCl. They compare favorably with the available experimental estimates of the binding energies for  $\text{Cd}^{++}$  in NaCl and for  $\text{Sr}^{++}$  in KCl but do not confirm the considerable difference between the binding energies for  $\text{Cd}^{++}$  and  $\text{Ca}^{++}$  in NaCl that some experiments had indicated.

1. — Equilibrium lattice defects such as vacancies, interstitials and impurities play an essential role in many processes occurring in solids <sup>(1)</sup>, and the importance of their interactions in relation to imperfection-determined phenomena has been repeatedly stressed <sup>(2,3)</sup>. A fairly accurate theoretical treatment of these interactions is feasible with a reasonable amount of labour in

(\*) Gruppo di Fisica dei Solidi, Sezione di Milano dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare.

<sup>(1)</sup> See, for example, the recent review by F. SEITZ in *Imperfections in Nearly Perfect Crystals*, edited by W. SHOCKLEY (New York, 1952), pp. 3-77.

<sup>(2)</sup> F. SEITZ: *Rev. Mod. Phys.*, **18**, 384 (1946).

<sup>(3)</sup> F. SEITZ: *Advances in Physics (Supplement to Phil. Mag.)*, **1**, 43 (1952).

ionic solids <sup>(4)</sup> where the good and manageable model of BORN and MAYER <sup>(5)</sup> is available. Rather crude models have instead to be adopted to deal theoretically with analogous problems in metals <sup>(6)</sup> and the results have more the character of estimates.

An important interaction in the case of ionic solids is the interaction between lattice vacancies or interstitials and impurity ions with a valence different from the lattice ions. This interaction is responsible for the fact that the influence of the substitutional introduction of multivalent impurities on the imperfection-determined properties of crystals formed by univalent ions is not simply determined by the « electrical neutrality » effect of the impurities on the number of intrinsic defects. The simpler cases of divalent impurities in alkali halide and silver halide crystals have been studied experimentally by several authors who have measured ionic conductivities <sup>(7-10)</sup>, diffusion coefficients <sup>(11,12)</sup>, dielectric losses <sup>(13,14)</sup> and colour center absorption <sup>(15-17)</sup>. However, the available data do not give a coherent picture of the dependence of the interaction between intrinsic defects and impurities on the nature of the crystal and of the impurity even in the case of the alkali halides where the intrinsic defects are simply Schottky defects. This encourages a theoretical study of the problem. Theory may be of help owing both to the fair accuracy of ionic lattice calculations in the alkali halides and to the uncertainties and difficulties of the experiments.

<sup>(4)</sup> J. R. REITZ and J. L. GAMMEL: *Journ. Chem. Phys.*, **19**, 894 (1951).

<sup>(5)</sup> M. BORN and J. MAYER: *Zeits. f. Phys.*, **75**, 1 (1932); J. MAYER and H. HELMHOLTZ: *Zeits. f. Phys.*, **75**, 19 (1932). See also M. BORN and M. GOEPPERT-MAYER: *Handb. d. Phys.*, **24** (2), 623 (1933).

<sup>(6)</sup> J. H. BARTLETT and G. J. DIENES: *Phys. Rev.*, **89**, 848 (1953).

<sup>(7)</sup> E. KOCH and C. WAGNER: *Zeits. f. Phys. Chem.*, (B) **38**, 295 (1937); J. TELTOW: *Ann. Physik* (6) **5**, 63 (1949).

<sup>(8)</sup> H. KELTING and H. WITT: *Zeits. f. Phys.*, **126**, 697 (1949).

<sup>(9)</sup> C. WAGNER and P. HANTELMAUN: *Journ. Chem. Phys.*, **18**, 72 (1950).

<sup>(10)</sup> H. W. ETZEL and R. J. MAURER: *Journ. Chem. Phys.*, **18**, 1003 (1950); C. BEAN: *Ph. D. thesis, University of Illinois* (1952).

<sup>(11)</sup> D. MAPOTHER, H. N. CROOKS and R. MAURER: *Journ. Chem. Phys.*, **18**, 1231 (1950).

<sup>(12)</sup> H. WITT: *Zeits. f. Phys.*, **134**, 117 (1953). The measurements of Dr. WITT in the high-temperature region have been recently repeated by Prof. MAURER and his coworkers at the University of Illinois (private communication).

<sup>(13)</sup> R. G. BRECKENRIDGE: *Journ. Chem. Phys.*, **18**, 913 (1950).

<sup>(14)</sup> Y. HAVEN: *Journ. Chem. Phys.*, **21**, 171 (1953).

<sup>(15)</sup> O. STASIW: *Ann. Physik* (6) **5**, 151 (1949); *Zeits. f. Phys.*, **127**, 522 (1950); **134**, 106 (1953).

<sup>(16)</sup> H. W. ETZEL: *Phys. Rev.*, **87**, 906 (1952).

<sup>(17)</sup> P. CAMAGNI, G. CHIAROTTI, F. G. FUMI and L. GIULOTTO: *Phil. Mag.*, **45**, 225 (1954).

We have computed the binding energies between  $\text{Cd}^{++}$ ,  $\text{Ca}^{++}$ , and  $\text{Sr}^{++}$  impurity ions and positive-ion vacancies at their smallest possible lattice distance in NaCl and KCl crystals. The binding energy for  $\text{Cd}^{++}$  in NaCl had already been computed somewhat more approximately by REITZ and GAMMEL<sup>(4)</sup>.

2. — The interaction between divalent impurity ions and vacancies in the alkali halide crystals is caused mainly by the effective charges that they both bear in the lattice. However, the interaction is far from coulombic at small distances of approach since the lattice is polarized around each of the defects: it is therefore necessary to compute it by ionic lattice theory. The smallest possible lattice distance between a positive-divalent impurity ion and a positive-ion vacancy (relative position of next-nearest neighbours) may be said to correspond to the ground state of the complex divalent impurity-positive ion vacancy: the excited states correspond to the larger discrete lattice distances.

The binding energy of the ground state of the complex divalent impurity-positive ion vacancy is frequently called association energy. It is equal to the difference of the work necessary to create a positive-ion vacancy in the perfect lattice and the work necessary to create it in the position of next-nearest neighbour of a divalent ion. The work to remove an ion from a rigid non-polarizable crystal equals the negative of the potential energy in the position of the ion. In a real crystal there are important correction terms due to the electronic and displacement polarization of the lattice around the vacancy created and these reduce the work considerably. To take them into account, one writes the work of removal as the negative of the average of the potential energies in the position of the ion before and after it has been removed.

The important contributions to the potential energy of an ion in an alkali halide crystal are the electrostatic and overlap energies and these are the only terms that we shall consider: the van der Waals and zero point energies account for less than 2% of the total energy. For the repulsive energy we take the exponential form of BORN and MAYER<sup>(5)</sup>

$$(1) \quad \Phi(r) = C_{12}b \exp \left[ \frac{r_1 + r_2 - r}{\varrho} \right],$$

where  $r_1$  and  $r_2$  are the Goldschmidt radii of the interacting ions which are at distance  $r$  and  $C_{12}$  is a numerical factor which depends on the charges and electronic structures of the ions<sup>(18)</sup>. The quantities  $b$  and  $\varrho$  are determined

<sup>(18)</sup> L. PAULING: *Zeits. f. Krist.*, **67**, 377 (1928).



for each crystal from two thermodynamic equations which relate them to experimental data <sup>(5)</sup>; they should be universal constants but this turns out to be only approximately true even within a family of compounds such as the alkali halides. The values  $b = 0.229 \cdot 10^{-12}$  ergs and  $\varrho = 0.345 \cdot 10^{-8}$  cm that we use for the alkali halides with REITZ and GAMMEL <sup>(4)</sup> and with DIENES <sup>(19)</sup> are average values <sup>(20)</sup>. Following REITZ and GAMMEL <sup>(4)</sup>, we have adopted the same values of  $b$  and  $\varrho$  also for the interaction between the impurity ions and the lattice ions <sup>(21)</sup>.

The work to create a positive-ion vacancy in the perfect NaCl and KCl lattices had previously been computed with ionic lattice theory by MOTT and LITTLETON <sup>(22)</sup> who did not apply the Born and Mayer formula for the repulsive energy but eliminated the factor  $b \exp [(r_+ + r_-)/\varrho]$  through the equilibrium between electrostatic and repulsive forces in the perfect lattice, including only nearest neighbour repulsions. We have found it desirable to compute anew this work with the Born-Mayer formula, since the Mott and Littleton treatment of the repulsive energy cannot be followed to compute the work to create a positive ion vacancy in the position of next-nearest neighbour of a divalent ion. To improve the accuracy of the entire calculation we have consistently included the effect of next-nearest neighbour repulsions whenever it is important.

In the perfect NaCl and KCl lattices the electrostatic and overlap potential energies,  $E_1$  and  $\Phi_1$ , in the position of a positive ion are respectively

$$E_1 = - \frac{\alpha_M e^2}{r_0}, \quad \alpha_M = 1.7476,$$

$$\Phi_1 = 6C_{+-}b \exp \left[ \frac{r_+ + r_- - r_0}{\varrho} \right],$$

where  $r_0$  is the distance between nearest neighbours. To compute the electrostatic and overlap energies,  $E_2$  and  $\Phi_2$ , in the same lattice position when the ion has been removed it is necessary to consider the polarization of the ions and the distortion of the lattice due to the presence of a charge (the positive-

<sup>(19)</sup> G. J. DIENES: *Journ. Chem. Phys.*, **16**, 620 (1948).

<sup>(20)</sup> The value  $\varrho = 0.345 \text{ \AA}$  is the average of the actual  $\varrho$ 's for all the alkali halides <sup>(5)</sup>. The value  $0.229 \cdot 10^{-12}$  ergs for  $b$  is instead the average of the two values of  $b$  given in NaCl and in KCl by the two available thermodynamic equations when one uses the  $\varrho$  that we adopt.

<sup>(21)</sup> Dr. J. R. REITZ (private communication) has pointed out that this choice is compatible with the available data on alkali-earth halides which seem insufficient to derive the real values of  $b$  and  $\varrho$  in these lattices. In any case, it is not clear that such values would apply to the problem at hand.

ion vacancy). The dipoles induced on distant positive and negative ions by displacement and electronic polarizability are given respectively by <sup>(22)</sup>

$$(4) \quad \mu_+ = \frac{M'_+ e r_0^3}{r^2}, \quad \mu_- = \frac{M'_- e r_0^3}{r^2},$$

where

$$M'_+ = \frac{1}{4\pi} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \frac{\alpha + \alpha_+}{\frac{1}{2}(\alpha_+ + \alpha_-) + \alpha},$$

$$M'_- = \frac{1}{4\pi} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \frac{\alpha + \alpha_-}{\frac{1}{2}(\alpha_+ + \alpha_-) + \alpha},$$

and  $K$  is the static dielectric constant of the crystal,  $\alpha_+$  and  $\alpha_-$  are the electronic polarizabilities of the positive and negative ions, and  $\alpha$  is the displacement polarizability of the crystal which can be expressed through the coefficient  $p$  of the restoring force  $-px$  opposing the displacement: indeed  $\alpha = e^2/p$  and

$$p = 4b \left( \frac{1}{\varrho^2} - \frac{2}{\varrho r_0} \right) \exp \left[ \frac{r_+ + r_- - r_0}{\varrho} \right].$$

The displacement of the distant ions is given by <sup>(22)</sup>

$$(5) \quad x = \frac{M' r_0^3}{r^2}$$

where

$$M' = \frac{1}{4\pi} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \frac{\alpha}{\frac{1}{2}(\alpha_+ + \alpha_-) + \alpha}.$$

These approximations are not good enough for the six negative ions which are nearest to the positive-ion vacancy. Their dipoles and displacements must be computed from the equations <sup>(22)</sup>

$$(6) \quad F_e + F_r = 0, \quad \frac{\alpha F_e}{e} = m e r_0,$$

where  $F_e$  and  $F_r$  are the outward electrostatic and repulsive forces acting on each of these ions, and  $m e r_0$  is the dipole moment induced on them owing to

---

<sup>(22)</sup> N. F. MOTT and M. J. LITTLETON: *Trans. Faraday Soc.*, **34**, 485 (1938).

electronic polarizability.  $F_e$  and  $F_r$  are given by the equations

$$F_e = \frac{e^2}{r_0^2} \left[ \frac{1 + \sqrt{2} + 0.25}{(1 + \xi)^2} - \frac{4(1 + \xi)}{(2 + 2\xi + \xi^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{(2 + \xi)^2} - \frac{2.3713m}{(1 + \xi)^3} - 1.965M'_+ - 0.388M'_- \right],$$

$$F_r = -A \exp \left[ - \left( 1 - \xi - \frac{M'}{4} \right) \frac{r_0}{\varrho} \right] + \frac{4A}{d} \left( \xi + \frac{M'}{2\sqrt{2}} \right) \exp \left[ -d \frac{r_0}{\varrho} \right] + \\ + 2\sqrt{2}C \exp \left[ -\sqrt{2}(1 + \xi) \frac{r_0}{\varrho} \right] + \\ + \frac{4C}{\lambda} \left( \xi - \frac{M'}{3\sqrt{3}} \right) \exp \left[ -\lambda \frac{r_0}{\varrho} \right] - \frac{4C}{\eta} \left( 1 - \xi + \frac{2M'}{5\sqrt{5}} \right) \exp \left[ -\eta \frac{r_0}{\varrho} \right],$$

where

$$\xi = \frac{x}{r_0}, \quad A = C_+ b \varrho^{-1} \exp \left[ \frac{r_+ + r_-}{\varrho} \right], \quad C = C_- b \varrho^{-1} \exp \left[ \frac{2r_-}{\varrho} \right],$$

$$d = \sqrt{\left( \xi + \frac{M'}{2\sqrt{2}} \right)^2 + \left( 1 - \frac{M'}{2\sqrt{2}} \right)^2}, \quad \lambda = \sqrt{\left( \xi - \frac{M'}{3\sqrt{3}} \right)^2 + 2 \left( 1 + \frac{M'}{3\sqrt{3}} \right)^2}$$

and

$$\eta = \sqrt{\left( 1 - \xi + \frac{2M'}{5\sqrt{5}} \right)^2 + \left( 1 + \frac{M'}{5\sqrt{5}} \right)^2}.$$

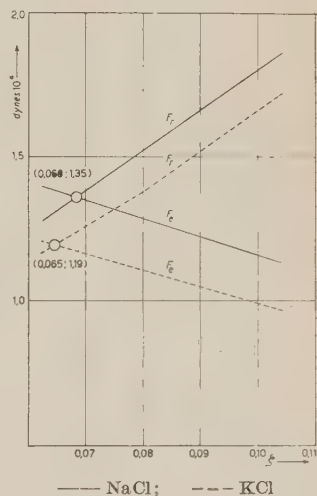
Equations (6) are solved graphically (fig. 1): they are analogous to those used by MOTT and LITTLETON, but consider the effect of the overlap forces of all the positive and negative ions which surround the negative ion of which we are computing the displacement. The electrostatic and repulsive energies,  $E_2$  and  $\Phi_2$ , at the position of the positive-ion vacancy are given respectively by

$$(7) \quad E_2 = -\frac{e^2}{r_0}.$$

$$\left[ \alpha_M - \left( \frac{6}{1 + \xi} + \frac{6m}{(1 + \xi)^2} + 6.3346M'_+ + 4.1977M'_- \right) \right].$$

and

$$(8) \quad \Phi_2 = 6C_{+-} b \exp \left[ \frac{r_+ + r_- - (1 + \xi)r_0}{\varrho} \right].$$



$$m(\text{NaCl}) = \frac{\alpha_-}{e^2 r_0(\text{NaCl})} 1.35 = 0.0761$$

$$m(\text{KCl}) = \frac{\alpha_-}{e^2 r_0(\text{KCl})} 1.19 = 0.0601$$

Fig. 1. - The graphical solution of Eqs. (6).

The values of the constants introduced in the calculation are contained in Table I: for the electronic charge we have taken  $e = 4.8025 \cdot 10^{-10}$  e.s.u. <sup>(23)</sup>, where  $C_{r-}$  and  $C_{-}$  are respectively equal to 1 and to 0.75. Table II lists the values of the parameters entering the calculation, computed using the constants of Table I. The values that we obtain for the work to create a positive-ion vacancy are 4.65 eV for NaCl and 4.35 eV for KCl.

TABLE I.

	$r_0$ (Å)	$r_+$ (Å)	$r_-$ (Å)	$\alpha_+ \cdot 10^{24}$ (cm <sup>3</sup> )	$\alpha_- \cdot 10^{24}$ (cm <sup>3</sup> )	$K$
NaCl	2.815	0.98	1.81	0.179	3.660	5.62
KCl	3.140	1.33	1.81	0.830	3.660	4.68

TABLE II.

	$\alpha \cdot 10^{24}$ (cm <sup>3</sup> )	$M'$	$M'_+$	$M'_-$	$A$ (dynes)	$C$ (dynes)
NaCl	4.268	0.04512	0.04702	0.08382	0.21584	1.79480
KCl	3.840	0.03949	0.04802	0.07712	0.59527	1.79480

To calculate the potential energy in the position of a positive-ion which is next-nearest neighbour of a divalent impurity it is necessary to determine the polarization of the lattice due to the presence of the divalent ion. One proceeds in a fashion similar to that described above to compute the polarization due to the presence of a positive-ion vacancy: the equations are given by REITZ and GAMMEL <sup>(4)</sup>. It should only be noted that the displacements of the six nearest negative ions are now inward and that the dominant term in the repulsive force  $F_r$  is  $B \exp[-(1-\xi)r_0/\varrho]$  where the coefficient  $B = C_{++-} b \varrho^{-1} \exp[(r_{++} + r_-)/\varrho]$  ( $C_{++-} = 1.125$ ) depends on the type of impurity through the ionic radii: we have used the Goldschmidt radii  $r(\text{Cd}^{++}) = 1.03$  Å,  $r(\text{Ca}^{++}) = 1.06$  Å and  $r(\text{Sr}^{++}) = 1.27$  Å. The values of  $\xi$  and  $m$  that we have obtained for the three impurities are listed in Table III. The electrostatic potential energy at a positive ion near a divalent impurity is made up of three terms: the energy  $E_1^{RL}$  of the undistorted lattice, including the contribution of the divalent ion; the correction term  $E_1^D$  for the displacement of the six nearest negative ions; and the polarization energy  $E_1^P$  due to the dipoles created on the distant ions by displacement and electronic polarizability and on the six nearest neighbors by electronic polarizability alone. To compute this last contribution to  $E_1^P$  we consider the six negative ions in their new

<sup>(23)</sup> R. T. BIRGE: *Rev. Mod. Phys.*, **13**, 233 (1940).



equilibrium positions, while REITZ and GAMMEL did not. The overlap energy  $\Phi_1$  is due to the six nearest neighbours of the positive ion.

TABLE III.

	NaCl			KCl		
	Cd <sup>++</sup>	Ca <sup>++</sup>	Sr <sup>++</sup>	Cd <sup>++</sup>	Ca <sup>++</sup>	Sr <sup>++</sup>
$\xi$	0.070(0)	0.066(0)	0.030(0)	0.135(5)	0.131(5)	0.096(6)
$m$	0.092(4)	0.093(3)	0.099(1)	0.063(6)	0.064(4)	0.070(0)

To calculate properly the lattice distortion when the positive ion near the impurity has been removed from the lattice is a rather laborious problem. We have adopted the approximation proposed by REITZ and GAMMEL, which is schematically described in fig. 2: for the eighth negative ions which are nearest neighbours of the vacancy or of the impurity we consider only the influence of the nearer defect, while for the two ions which are nearest neighbours of both defects we sum the displacements vectorially. The displacements to be used are not those that we have computed previously since the complex is neutral; they are obtained from the previous ones by putting  $M' = -M'_+ = M'_- = 0$ . The values of  $\xi_1$  and  $\xi_2$  that we have calculated are given in Table IV. The electrostatic and overlap potential energies,  $E_2$  and  $\Phi_2$ , at a positive-ion vacancy near a divalent ion are computed in the same way as the energies  $E_1$  and  $\Phi_1$ . The polarization term of  $E_2$ , however, must be computed directly as the potential energy due to the dipoles induced on the impurity, on the ten ions which are nearest neighbours of the impurity and of the vacancy, and on the second and third neighbours of the vacancy by the field generated by the charges of the defects and by the displacements of the ten negative ions. For the polarizabilities of the divalent ions we have adopted the values  $\alpha_{\text{Cd}^{++}} = 1.05 \cdot 10^{-24}$ ,  $\alpha_{\text{Ca}^{++}} = 0.47 \cdot 10^{-24}$  and  $\alpha_{\text{Sr}^{++}} = 0.86 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3$  <sup>(24)</sup>. The polarization of the distant ions is neglected since the complex is neutral.

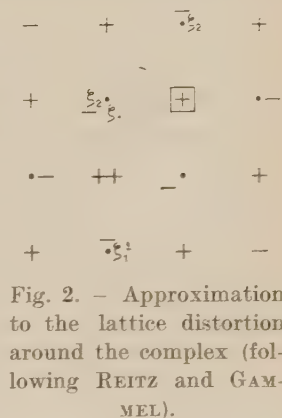


Fig. 2. - Approximation to the lattice distortion around the complex (following REITZ and GAMMEL).

<sup>(24)</sup> L. PAULING: *Proc. Roy. Soc., A* **114**, 181 (1927).

TABLE IV.

	NaCl			KCl		
	Cd <sup>++</sup>	Ca <sup>++</sup>	Sr <sup>++</sup>	Cd <sup>++</sup>	Ca <sup>++</sup>	Sr <sup>++</sup>
$\xi_1$	0.078(0)	0.073(8)	0.038(0)	0.145(5)	0.141(0)	0.106(0)
$\xi_2$	0.083(0)	0.083(0)	0.083(0)	0.081(0)	0.081(0)	0.081(0)

The various contributions to the work  $W$  to create a positive-ion vacancy in the position of next-nearest neighbour of a Cd<sup>++</sup>, Ca<sup>++</sup> and Sr<sup>++</sup> ion in the NaCl and KCl lattices are listed in Table V.

TABLE V.

*Contributions to the work  $W$  to create a positive-ion vacancy near a divalent ion (eV).*

	NaCl			KCl		
	Cd <sup>++</sup>	Ca <sup>++</sup>	Sr <sup>++</sup>	Cd <sup>++</sup>	Ca <sup>++</sup>	Sr <sup>++</sup>
$-E_1^{RL}(-E_2^{RL})$	5.382	5.382	5.382	4.819	4.819	4.819
$-E_1^D$	0.244	0.231	0.110	0.389	0.379	0.292
$-E_1^P$	3.134	3.140	3.191	2.583	2.586	2.618
$-\Phi_1$	-0.796	-0.797	-0.801	-0.839	-0.840	-0.849
$-E_2^D$	-2.077	-2.092	-2.214	-1.632	-1.643	-1.736
$-E_2^P$	-2.316	-2.289	-2.231	-1.678	-1.663	-1.630
$-\Phi_2$	-0.404	-0.404	-0.407	-0.401	-0.401	-0.406
$W$	4.275	4.276	4.206	4.030	4.028	3.963

The ground-state binding energies (association energies) of the complexes divalent impurity-positive ion vacancy are listed in Table VI. Their absolute accuracy is probably of the order of 0.1 eV but their relative accuracy should be better. The value for Cd<sup>++</sup> in NaCl differs somewhat from the value computed by REITZ and GAMMEL (0.44 eV) <sup>(4)</sup> who carried out the calculations more approximately, adopting values computed by MOTT and LITTLETON <sup>(22)</sup> within a different framework. In particular their value 4.75 eV for the energy to create a positive-ion vacancy in NaCl should not be considered very reliable since it was obtained by a perturbation method from MOTT and LITTLETON's value <sup>(25)</sup> and not by a consistent procedure.

<sup>(25)</sup> J. R. REITZ: private communication.

TABLE VI.

*Association energies of divalent ions and positive ion vacancies (eV).*

	Cd <sup>++</sup>	Ca <sup>++</sup>	Sr <sup>++</sup>
NaCl	0.38	0.38	0.45
KCl	0.32	0.32	0.39

3. — The theoretical association energies display interesting regularities which appear physically significant: they increase with the ionic radius of the impurity and are slightly smaller in KCl than in NaCl. There is qualitative experimental evidence for both of these regularities. Indeed the relative magnitudes of the ionic conductivities measured by KELTING and WITT<sup>(8)</sup> for KCl crystals containing small amounts of CaCl<sub>2</sub>, SrCl<sub>2</sub> and BaCl<sub>2</sub> are in general agreement with the increase of the theoretical association energies with the radius of the impurity ion. Similarly, the conclusion reached by different authors<sup>(26)</sup> that divalent ions are more mobile in NaCl than in KCl agrees qualitatively with the somewhat larger theoretical association energies for NaCl.

On the other hand, the experimental data available at present on imperfection-determined properties of impure alkali halides do not generally allow quantitative estimates of association energies. The most noticeable exception is represented by the work of ETZEL and MAURER<sup>(10)</sup> who measured the ionic conductivity of NaCl crystals containing small amounts of added CdCl<sub>2</sub>. The analysis of the data that these authors carried out with the theory of dilute solutions led them to an estimate of 0.3 eV for the association energy for Cd<sup>++</sup> in NaCl. A refined analysis of the same data including the effect of long-range interactions has been performed by A. B. LIDIARD<sup>(27)</sup> who arrives at a value of 0.35 eV for the association energy. The theoretical association energy for Cd<sup>++</sup> in NaCl compares thus quite favorably with experiment. The same cannot be said for Ca<sup>++</sup> in NaCl. Indeed BEAN<sup>(10)</sup> obtains from a « dilute solution » analysis of his ionic conductivity measurements for NaCl crystals containing CaCl<sub>2</sub> an upper limit of 0.08 eV for the association energy. The main objection that can be moved to the work of Bean concerns the relatively high concentration of impurity used (molar fractions up to  $2.5 \cdot 10^{-3}$ ) which may not enter the lattice substitutionally. One should also note that the dielectric measurements of HAVEN<sup>(14)</sup> indicate the existence of association for Ca<sup>++</sup> in NaCl.

<sup>(26)</sup> F. SEITZ: *Phys. Rev.*, **83**, 134 (1951); E. BURSTEIN, et al.: *Phys. Rev.*, **81**, 459 (1951).

<sup>(27)</sup> A. B. LIDIARD: *Phys. Rev.* (to appear).

The association energy for  $\text{Sr}^{++}$  in KCl has been estimated by CAMAGNI and CHIAROTTI (<sup>17</sup>) by analyzing with the theory of dilute solutions their data on the conversion of the  $F$  band to the  $Z_1$  band in KCl crystals containing small amounts of  $\text{SrCl}_2$ . The value they obtain (0.3 eV) is somewhat smaller than the theoretical value as it should be since the effect of the long-range interactions has been neglected.

### Acknowledgments.

The authors are indebted to Professors F. SEITZ and R. J. MAURER for their encouragement, and to Prof. P. CALDIROLA, Director of the Milan Section of the Italian Institute for Nuclear Physics, for his continued interest and support. They wish also to thank Drs. A. B. LIDIARD and J. R. REITZ for informative and stimulating correspondence.

---

### RIASSUNTO

Sono state calcolate le energie di legame fra ioni di impurità bivalenti ( $\text{Cd}^{++}$ ,  $\text{Ca}^{++}$  e  $\text{Sr}^{++}$ ) e posti vacanti di ione positivo alla loro minima distanza reticolare in cristalli di NaCl e KCl usando il modello di Born e Mayer dei solidi ionici. I risultati mostrano che l'energia di legame cresce col raggio ionico dell'impurità ed è leggermente minore nel KCl che nell'NaCl. Essi concordano bene con i valori sperimentali disponibili per le energie di legame del  $\text{Cd}^{++}$  nel NaCl e dello  $\text{Sr}^{++}$  nel KCl ma non confermano la notevole differenza di energia di legame fra  $\text{Cd}^{++}$  e  $\text{Ca}^{++}$  in NaCl che alcune misure avevano indicato.



## Tensor Force and Intermediate Coupling in $P$ -Shell Nuclei.

T. REGGE

*Istituto di Fisica dell'Università - Torino*

*Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sezione di Torino*

(ricevuto il 18 Gennaio 1954)

**Summary.** — Using the shell model we evaluate the splitting among the levels of light nuclei with 6 or 14 nucleons. The introduced interactions are the spin-orbit couplings of every nucleon in the field of the residual nucleus, the central force and the tensor force between the external nucleons in order to calculate the influence of the last one on the order and the distance of the levels. The results obtained show that at least in this particular case this influence is not negligible. Wishing to compare our deductions with those of INGLIS <sup>(1)</sup> (who used only central forces) we may say that in the case considered by us the introduction of these new kinds of interactions does not lead to a better agreement with experiment.

With the aim of showing in a particular case the effect of the tensor force on the ordering of the energy levels in light nuclei we checked some calculations with a reasonable kind of potential for the 6-14 nucleons polyades. Following the shell model, both these polyades can be treated simultaneously because the first belongs to a  $(p)^2$  configuration, the second to a  $(p)^{-2}$  and therefore the relative energy levels are solutions of the same secular equation; only the sign of the spin orbit coupling being opposite.

We shall use between the two external nucleons a phenomenological potential given by SCHWINGER and FESHBACH <sup>(2)</sup> who fixed it by some low energy experimental data on two body systems (binding energy of the deuteron, its quadrupole moment, the so-called effective triplet scattering length, and the

<sup>(1)</sup> D. INGLIS: *Phys. Rev.*, **87**, 91 (1952).

<sup>(2)</sup> H. FESHBACH and J. SCHWINGER: *Phys. Rev.*, **84**, 194 (1951).

parameter  $p_D$  which gives in the ground state of the deuteron the relative amount of the  $D$  state mixed with the  $S$  state.

Although these authors gave a set of such potentials we shall use only two for numerical evaluations. Qualitative arguments will be given showing that the other choices cannot produce very different results.

As Schwinger-Feshbach potentials arise from problems in which both spin and space parity are even, they leave still undetermined the relative amount of the exchange forces. We chose for these the same mixture employed by INGLIS, that is, if the general form of the potential is:

$$V_{12} = V_0(w + hPQ + mP + bQ) \frac{\exp[-r/R_c]}{r/R_c} + \gamma V_0 \frac{\exp(-r/R_T)}{r/R_T} S_{12}.$$

The numerical data are:

$$\begin{aligned} R_c &= 1.02R_c & \gamma &= 1.79 & V_0 &= -15.1 \text{ MeV} & \text{for the first,} \\ \text{and } R_T &= 1.29R_c & \gamma &= 0.84 & V_0 &= -39.4 \text{ MeV} & \text{for the second potential.} \end{aligned}$$

For both we chose  $h = w = 0$ ,  $m = 0.8$ ,  $b = 0.2$ .

Actually for our purposes it is not necessary to introduce the range of the forces, the levels depending only on the ratio  $\sqrt{\sigma}$  of this to the size of the nucleus.

For simplicity we assume for the first potential  $R_c = R_T$  without changing appreciably the levels.

Harmonic oscillator functions are used for unperturbed eigenfunctions. For a single nucleon these eigenfunctions are of the form:

$$\psi = \cos\theta \cdot r Y_1^M(\theta, \varphi) \exp\left[-\frac{\sigma}{2}\left(\frac{r}{R_c}\right)^2\right].$$

In our case it is very much convenient to follow Talmi's method <sup>(3)</sup>, that is, to carry out the integrations in the product of the center of mass and the relative coordinates spaces. In this way only few integrations are required on the radial part. In averaging over the angular variables no nine- $j$ -symbol of Wigner <sup>(4)</sup> is used, only six- $j$ -symbols (Racah coefficients). This does not happen in Slater's method.

$J$ ,  $J_z$ ,  $T$ ,  $T_z$  are good quantum numbers for our system. The last ones are of no interest because the energy does not depend on them. As we are

<sup>(3)</sup> I. TALMI: *Helv. Phys. Acta*, **185**, 25 (1952).

<sup>(4)</sup> E. WIGNER: *On the matrices which reduce the Kronecker products of representations of S.R. groups* (unpublished manuscript).

in a *p*-shell the resulting total orbital angular momentum *L* can assume only the values 0, 1, 2. In like manner for the total intrinsic spin *S* only 0 and 1 are allowed. Therefore the choice for *J* is limited to the values 0, 1, 2, 3.

The Pauli principle allows only one state for *J*=3, *T*=0; *J*=2, *T*=0; *J*=1, *T*=1; two for *J*=2, *T*=1; *J*=0, *T*=1; three for *J*=1, *T*=0.

Choosing *L* and *S* diagonal the matrix elements of the interaction are:

<i>J</i>	<i>T</i>			
3	0	<i>D</i> <sup>3</sup>	$B + a + L - K$	
2	0	<i>D</i> <sup>3</sup>	$-3.5B - 0.5a + L - K$	
1	1	<i>P</i> <sup>3</sup>	$0.5A - 0.5a + (w + b - m - h)(L - 3K)$	
2	1	<i>D</i> <sup>1</sup>	$(L - K)(w + m - h - b)$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$
		<i>P</i> <sup>3</sup>	$\frac{a}{\sqrt{2}}$	$-0.1A + 0.5a + (w + b - m - h)(L - 3K)$
0	1	<i>P</i> <sup>3</sup>	$-A - a + (L - 3K)(w + b - m - h)$	$-a\sqrt{2}$
		<i>S</i> <sup>1</sup>	$-a\sqrt{2}$	$(L + 2K)(w + m - h - b)$
1	0	<i>S</i> <sup>3</sup>	$L + 2K$	$a\sqrt{\frac{2}{3}}$ <span style="float:right"><i>C</i></span>
		<i>P</i> <sup>1</sup>	$a\sqrt{\frac{2}{3}}$	$(L - 3K)(w + h - m - b)$ <span style="float:right"><math>-a\sqrt{\frac{5}{6}}</math></span>
		<i>D</i> <sup>3</sup>	<i>C</i>	$-a\sqrt{\frac{5}{6}}$ <span style="float:right"><math>L - K + 3.5B - 1.5a</math></span>

In these formulas *L* and *K* are the direct and exchange integrals as defined by FEENBERG and WIGNER <sup>(5)</sup>.

One has:

$$K = \frac{2}{5\pi} (3T + 3Y - 10R),$$

$$L = \frac{2}{5\pi} (9T + 9Y - 10R).$$

<sup>(5)</sup> E. FEENBERG and E. WIGNER: *Phys. Rev.*, **51**, 95 (1937).

Where:

$$R = \int_0^\infty \int_0^\infty \varrho_0(\xi, \eta) V(2\xi) \xi^4 \eta^4 d\xi d\eta,$$

$$T = \int_0^\infty \int_0^\infty \varrho_0(\xi, \eta) V(2\xi) \xi^6 \eta^2 d\xi d\eta,$$

$$Y = \int_0^\infty \int_0^\infty \varrho_0(\xi, \eta) V(2\xi) \xi^2 \eta^6 d\xi d\eta,$$

$$V(2\xi) = V_0 \frac{\exp[-2\xi/R_c]}{2\xi/R_c},$$

$\varrho_L$  is defined as the  $L$ -th term in the expansion:

$$\Phi\Phi^*(r_1)\Phi\Phi^*(r_2) = \sum_j \varrho_j(\xi \cdot \eta) \frac{4j+1}{4\pi} P_{2j}(\cos \theta)$$

$$\xi + \eta = r_1,$$

$$-\xi + \eta = r_2.$$

$\Phi$  being the radial part of  $(1/r)\psi$ ,  $\theta$  being the angle between the center of mass vector  $\eta$  and the relative vector  $\xi$  of the external nucleons.  $\eta$  and  $\xi$  their lengths.

With our choice of  $\psi$  this expansion reduces to one term. Yukawa potentials lead to the following formulas for  $R$ ,  $Y$ ,  $T$ :

$$R(\sigma) = \sqrt{\frac{\pi\sigma}{2}} \frac{V_0}{12} \left[ \left( 3 + \frac{1}{\sigma} \right) \mu(\sigma) - 1 \right],$$

$$T(\sigma) = \sqrt{\frac{\pi\sigma}{2}} \frac{V_0}{36} \left[ \left( 15 + \frac{10}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^2} \right) \mu(\sigma) - \frac{1}{\sigma} - 7 \right],$$

$$Y(\sigma) = \sqrt{\frac{\pi\sigma}{2}} \frac{5V_0}{12} \mu(\sigma),$$

$\mu(\sigma)$  is defined as:

$$\mu(\sigma) = 1 - \sqrt{\frac{2}{\sigma}} \exp \left[ \frac{1}{2\sigma} \right] \int_{\sqrt{1/2\sigma}}^\infty \exp[-\tau^2] d\tau,$$



*A*, *B* and *C* which arise from the tensor force, are given by:

$$A = \frac{16}{\pi} \gamma R(\sigma'),$$

$$B = -\frac{48\gamma}{35\pi} T(\sigma'),$$

$$C = \frac{24\gamma}{\pi\sqrt{5}} [R(\sigma') - T(\sigma')],$$

where

$$\sigma' = \sigma \left( \frac{R_T}{R_c} \right)^2.$$

For what follows we shall limit the variation of  $\sigma$  to the interval comprised between 0.7 ... 2.0. Numerical calculations show that with this limitation *A*, *B*, *K*, *L*, are roughly proportional to  $\sigma$ , *C* is nearly independent. As the last gives a very small contribution, we can say that with the ratio  $\sigma/a$  and  $R_T/R_c$  fixed, the splitting will be proportional to  $\sigma$ .

We do not discuss here in detail the order of the levels as a function of the parameters  $\sigma$ ,  $R_T$  and  $R_c$ , and fix them by means of the experimental data. Such an analysis would not be justified owing to the only qualitative validity of the shell model. However we can show the influence of the tensor force in comparison with similar cases in which it is ignored.

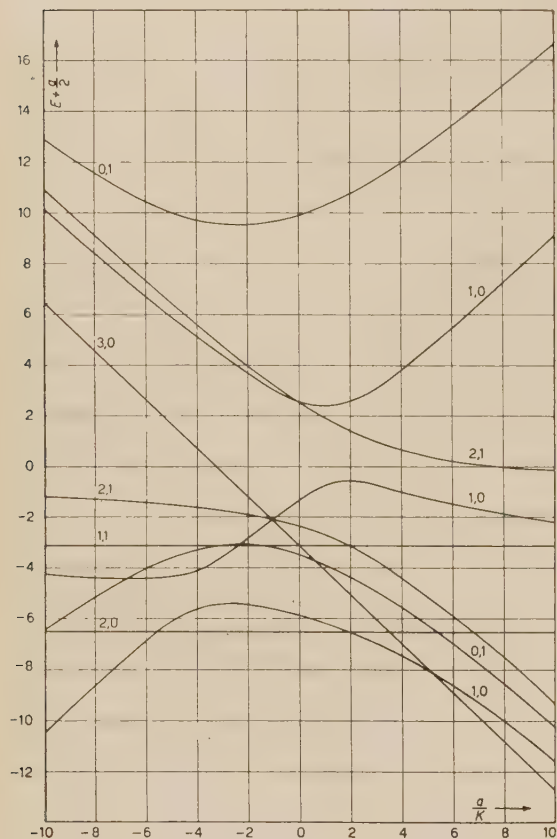
We can affirm that every evaluation of the levels which does not include the tensor force has to be taken with care, since it is able not only to alter the relative distances but also to exchange their positions.

The nucleus which we consider is  $\text{Li}^6$  because its levels are rather well known experimentally. We give here all pertinent data: (\*).

5.3 MeV	( <i>J</i> = 2)	<i>T</i> = 1
3.58 MeV	<i>J</i> = 0	<i>T</i> = 1
2.187 MeV	<i>J</i> = 3	<i>T</i> = 0
	<i>J</i> = 1	<i>T</i> = 0

(\*) I am very grateful to Mr. SVEN NILSSON of Lunds University (Sweden) for having communicated to me these important data in a private letter.

Putting  $\sigma = 1.6$ ,  $R_2 = R_0$  in our secular equations and plotting the levels as function of  $a/K$ , we obtain the following diagram.



We do not give here the corresponding diagram for the second kind of potential because it is very similar to the first one.

In view of the arguments presented above the form of these diagrams does not depend, to a good approximation on the choice of  $\sigma$ . Comparing with the results of INGLIS we see that the tensor force changes deeply the positions of many levels. Unfortunately it does not act on them in such a way to give a better agreement with experiment. In the case of the lower levels of  $\text{Li}^6$  the situation remains about the same. The spin orbit coupling parameter required in order to explain the first two levels of  $\text{N}^{14}$  is too large for  $\text{Li}^6$ . Furthermore the level  $J=2$ ,  $T=0$  becomes so low that, for small values of  $a/K$  it can happen that it represents

the ground state. This is not allowed with central forces alone. We cannot hope to explain the experimental data better by using other kinds of potentials taken from the paper of FESHBACH and SCHWINGER because they represent a sort of intermediate choice between the two employed.

Other nuclei do not give sufficiently detailed informations. We think that every calculation about nuclei checked by means of the shell model has to take into account the tensor force in order to be consistent. The fact that in the case presently considered its influence on the lower levels is not so strong as to change the conclusions means only that a quite fortuitous compensation occurred in averaging over the angular variables. We know of no argument from which it can follow that this is a general feature of the tensor force. Generally speaking the matrix elements of this interaction are of the same order of magnitude as those of the central force and sometimes larger. If a

conclusion can be drawn for  $\text{Li}^6$  and  $\text{N}^{14}$  we must say that a (*jj*) coupling seems to be more effective in obtaining the right order of the lower levels.

### Acknowledgements.

I wish to thank Prof. M. VERDE for many useful discussions and stimulating criticism.

---

### RIASSUNTO

Si valuta la posizione dei primi livelli energetici dei nuclei aventi 6 o 14 nucleoni facendo uso del modello a strati e tenendo conto della forza tensoriale. I calcoli mostrano che l'influenza di tale forza sulla posizione relativa dei livelli è rilevante, ma per il caso particolare da noi studiato la modificazione introdotta non serve a migliorare l'accordo della teoria con i dati sperimentali.

## Étude des mésons K chargés, au moyen de deux chambres de Wilson superposées.

B. GREGORY, A. LAGARRIGUE, L. LEPRINCE-RINGUET  
F. MULLER et CH. PEYROU

*Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique - Paris (\*)*

(ricevuto il 30 Gennaio 1954)

**Summary.** — In this paper we present some results on charged heavy mesons. They were obtained with an experimental arrangement consisting essentially of two large cloud-chambers placed one above the other. The top chamber had a magnetic field while the bottom chamber was of the multiplate type. The contents of the different sections of the paper can be summarized as follows: 1. The double cloud-chamber method is compared with other more conventional methods. 2. The apparatus is briefly described. 3. The behaviour in the multiplate chamber of the charged secondaries of  $V^\pm$ -decays occurring in the top chamber is discussed.  $\pi$ -mesons have been identified through their nuclear interactions. The presence of  $\mu$ -mesons is also strongly suggested by: a) the long mean free path of the secondaries and b) one direct mass measurement. 4. S and slow  $V^\pm$ -events observed in the multiplate chamber are discussed. It is shown that one should distinguish between two groups of decays: One with secondaries of range smaller than  $20 \text{ g cm}^{-2}$  of Pb, the other with larger range secondaries. Although the first group can be due to  $\tau$ -mesons, the second group cannot be so explained, at least not phenomenologically. 5. The results of mass measurements—from range and momentum—on the primaries of the second group of events are presented. The measurements agree with a unique value of  $(914 \pm 20) m_e$ ; which appears to be different from the  $\tau$ -mass. 6. We show that some, and probably most, of the secondaries of this second group of events are  $\mu$ -mesons. This conclusion is based on the dynamics of the decay and results from the measured mass of the primary particle and the observed ranges of the secondaries. The observation of one large angle scattering indicates, however, that  $\pi$ -mesons may also be present among the secondaries.

---

(\*) L'appareil décrit dans cet article a été réalisé et les expériences ont été faites avec l'aide de l'Enseignement Supérieur français et du Commissariat à l'Énergie Atomique.



7. The data on the range of the charged secondaries are analyzed. If we exclude the possible  $\pi^-$  secondary, our results are in good agreement with a  $\mu$ -meson of unique momentum. However, a continuous spectrum, sharply peaked in the high momentum region, is not excluded. 8. The almost complete absence of negative primaries for S-events is reported. 9. Our results are compared with those obtained elsewhere. They agree with other cloud-chamber results if we assume furthermore the existence of  $\pi$  secondaries with a range of  $66 \text{ g cm}^{-2}$  of Pb. The spectrum we obtain for the  $\mu$ -secondaries does not fit with that of the secondaries of  $\alpha$ -particles found in photographic emulsions. 10. The conclusions are summarized.

## 1. — Introduction.

Les particules chargées instables (autres que les mésons  $\pi$  et  $\mu$ ) ont été étudiées par trois méthodes différentes:

1) Dans les chambres de Wilson avec champ magnétique on observe la désintégration en vol de ces particules: ce sont les événements V chargés <sup>(1)</sup>.

2) Dans les chambres de Wilson à écrans, on observe également des événements V chargés, mais surtout des événements S <sup>(2)</sup>. Ceux-ci sont caractérisés par le fait que la particule primaire s'arrête dans un écran et se désintègre au repos. Le secondaire sortant de l'écran est observé dans la chambre.

3) Dans les émulsions photographiques on observe surtout des événements S avec arrêt du primaire et émission du secondaire <sup>(3)</sup>.

Chacune de ces méthodes présente des avantages et des inconvénients. Dans la chambre de Wilson à champ magnétique, on connaît le signe des particules et généralement le moment de l'une d'elles, primaire ou secondaire. Il est plus rare d'avoir à la fois une mesure précise des deux moments. On ne peut évaluer la masse du primaire que par des mesures d'ionisation généralement imprécises. De plus, le moment du secondaire est connu dans le système du laboratoire: le passage au moment dans le système de la particule primaire dépend de la vitesse du primaire et ne peut se faire que rarement avec précision.

Dans la chambre à écrans, on ne connaît pas les signes. La masse du primaire d'un événement S peut être évaluée par la mesure du scattering et du parcours, mais cette mesure est imprécise pour un cas individuel en raison

<sup>(1)</sup> G. D. ROCHESTER et C. C. BUTLER: *Nature*, **160**, 855 (1947).

<sup>(2)</sup> M. ANNIS, H. BRIDGE, H. COURANT, S. OLEERT et B. ROSSI: *Nuovo Cimento*, **9**, 624 (1952).

<sup>(3)</sup> C. O'CEALLAIGH: *Phil. Mag.*, **42**, 1032 (1951).

du petit nombre d'angles de scattering. La mesure du moment du secondaire d'un événement S se fait directement dans le système du centre de gravité. Si cette mesure est basée sur le scattering elle est assez peu précise. Par contre, si le secondaire s'arrête dans un écran, la mesure du parcours fournit (moyennant une hypothèse sur la masse du secondaire) une mesure du moment. Ce moment est alors donné entre deux limites correspondant aux incertitudes sur le parcours exact dans la dernière plaque. Ces limites présentent un caractère presque absolu, car les erreurs sur la mesure du parcours sont généralement très faibles. Si le secondaire ne s'arrête pas on a toujours un parcours minimum donc une limite inférieure certaine du moment.

Dans les plaques photographiques, on ne connaît pas le signe. La masse du primaire peut être trouvée par la combinaison du scattering et du parcours, ou de l'ionisation et du parcours. Le moment du secondaire est mesuré par scattering directement dans le système du centre de masse, la masse du secondaire peut aussi être mesurée si l'ionisation est plus grande que le minimum. La précision de ces mesures dépend évidemment de la longueur des traces disponibles. Elle dépasse en général la précision obtenue par le scattering dans les chambres à écrans, et même celle obtenue dans les chambres à champ magnétique. Mais la mesure d'un moment par scattering atteint rarement le degré de certitude que donne la mesure du parcours dans la chambre à écrans.

Il est intéressant de remarquer qu'en plaçant une chambre de Wilson à champ magnétique au-dessus d'une chambre à écrans on peut obtenir des renseignements plus complets que ceux fournis par chacune des trois méthodes précédentes.

Le cas idéal est le suivant: un méson lourd chargé (meson  $K^\pm$ ) traverse la chambre du haut (champ magnétique) et s'arrête dans un des écrans de la chambre du bas. On connaîtra son signe, son moment et son parcours: on a donc une mesure de masse. Si l'on est placé dans de bonnes conditions, la mesure de masse peut être faite avec une précision allant de 5 à 10%.

L'étude du secondaire est la même que dans les chambres à écrans seules, elle s'effectue donc avec tous les avantages de la mesure du parcours.

Cette disposition présente également un avantage dans l'étude des événements V de la chambre du haut. En effet, si le secondaire pénètre dans la chambre du bas, il peut s'arrêter dans un écran et permettre une mesure de masse. Il peut provoquer ou ne pas provoquer une réaction nucléaire, ce qui statistiquement fournira des renseignements sur son interaction avec les nucléons. Mais le supplément d'information donné par un tel appareil ne peut s'obtenir que par une baisse de rendement pour les événements S. En effet, la particule K sera créée dans un producteur placé au-dessus de la chambre du haut. Donc, pour pénétrer et s'arrêter dans la chambre du bas elle devra être émise dans un angle solide moins grand que dans le cas où le producteur est placé directement au-dessus de la chambre à écrans. Il est donc indispen-

sable, si on veut avoir un rendement non-négligeable, de construire une chambre à écrans de grandes dimensions: 1) pour augmenter l'angle solide; 2) pour y mettre le plus d'écrans possible, c'est-à-dire pour augmenter le pouvoir d'arrêt.

L'avantage des grandes dimensions se retrouve encore dans l'étude des secondaires. En effet, une information précise sur le secondaire dépend essentiellement des mesures de parcours, c'est-à-dire de la possibilité qu'on lui offre de traverser beaucoup de matière avant qu'il ne sorte de la zone éclairée. D'autre part, pour que la mesure du parcours soit précise, il faut que les écrans ne soient pas trop épais. Il faut donc augmenter les dimensions géométriques de la chambre pour permettre au secondaire de traverser beaucoup d'écrans et éventuellement de s'arrêter avant de disparaître.

## 2. - Description de l'appareil.

Nous avons installé au Pic du Midi de Bigorre (alt. 2850 m) un appareil constitué essentiellement par deux chambres de Wilson superposées. Le schéma de l'installation est représenté sur la fig. 1. Les deux chambres ont les mêmes dimensions. La partie utile (zone éclairée) de la chambre du haut mesure 68 cm de hauteur, 64 cm de largeur, 30 cm en profondeur. Pour la chambre du bas, les dimensions correspondantes sont  $68 \times 64 \times 40$ .

La chambre du haut est placée dans un champ magnétique, fourni par deux bobines carrées sans fer. L'intervalle entre les bobines est de 30 cm. Le champ magnétique est de 2600 gauss pour une puissance électrique de 200 kW. Ce champ est homogène à mieux de 2% pour toute la partie utile de la chambre.

La chambre du bas a été utilisée avec deux systèmes d'écrans différents: 1) 8 plaques de plomb de 7 mm d'épaisseur, et 6 plaques de carbone de 15 mm d'épaisseur disposées du haut en bas, suivant la série Pb-C-Pb-C... C-Pb-Pb- l'épaisseur totale pour une traversée verticale étant équivalente à 93 g cm<sup>-2</sup> de Plomb; 2) depuis Août 1953 ce système a été remplacé par 15 plaques de cuivre de 10 mm d'épaisseur. La quantité totale de matière traversée par une particule à trajectoire verticale est équivalente à 170 g cm<sup>-2</sup> de Pb (pour le freinage par ionisation) et représente 1,1 libre parcours moyen d'interaction

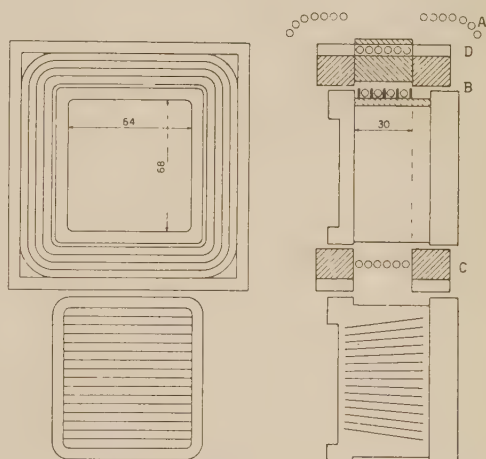


Fig. 1.



nucléaire (pour une section efficace égale à la section géométrique du noyau de cuivre); trois photographies stéréoscopiques sont prises, pour chaque chambre. L'angle de recouvrement entre les vues les plus éloignées est de  $17^\circ$ .

L'intervalle dans lequel les particules ne sont pas vues entre la chambre du haut et la chambre du bas est de 40 cm. Nous avons trouvé expérimentalement que la correspondance des trajectoires entre les deux chambres pouvait, dans ces conditions, se faire avec précision et sans ambiguïté.

Des précautions spéciales ont été prises pour réduire au minimum l'épaisseur de matière traversée par une particule allant de la chambre du haut à la chambre du bas. Ceci réduit l'angle de scattering multiple et les chances d'interaction nucléaire. De plus cette matière (paroi des chambres, plaques de contrôle de température, etc.) est disposée en couches horizontales d'épaisseur uniforme. La quantité de matière traversée par une particule entre les deux chambres dépend donc de l'inclinaison de la trajectoire, mais pas de l'emplacement géométrique des points de passage. On peut donc l'introduire sans incertitude dans les mesures de parcours.

Le déclenchement des chambres est commandé par les compteurs représentés sur la figure. On exige essentiellement un événement du type gerbe pénétrante dans un producteur de Plomb (coïncidence  $B_3$ ) non lié à une gerbe d'Auger (anticoïncidence  $A_1$  et  $D \geq 2$ ) dont un secondaire au moins passe par la chambre du bas (coïncidence  $C_1$ ).

Avec cet arrangement nous obtenons environ 100 photographies par 24 heures, le temps mort des chambres étant de 7 minutes; 75% des photographies représentent une gerbe pénétrante dans le producteur. Nous obtenons environ un événement  $V^0$  pour 35 gerbes pénétrantes, un événement  $V$  chargé pour 200 gerbes pénétrantes, un événement  $S$  dans la chambre du bas pour 600 gerbes pénétrantes.

Cet appareil a fonctionné de manière satisfaisante depuis Avril 1953. Des trajectoires sans déformation n'ont pu être obtenues dans la chambre du haut qu'à l'aide d'un contrôle thermique rigoureux. En raison de ses dimensions, des courants de convection thermiques ont tendance à se former très facilement dans cette chambre. Le système de thermostatisation maintient la chambre à une température de  $(20 \pm 0,1)^\circ\text{C}$ , la température de la bobine magnétique variant entre  $30^\circ\text{C}$  et  $50^\circ\text{C}$  suivant la température extérieure. Le haut de la chambre est maintenu à une température de  $(0,7 \pm 0,1)^\circ\text{C}$  supérieure au bas.

Dans ces conditions, des mesures de la masse du proton par la méthode moment-parcours ont montré que la courbure parasite de déformation était inférieure à  $150 \text{ m}^{-1}$  <sup>(4)</sup>.

(4) W. B. FRETTER, B. P. GREGORY, R. JOHNSTON, A. LAGARRIGUE, H. MEYER, F. MULLER et C. PEYROU: *Phys. Rev.* **92**, 1583 (1953).



## 3. - V chargés. Nature des secondaires.

TABLEAU I. - Tableau des événements V chargés de la chambre du haut.

Évènement	Signe	$\theta$ degrés	$p_t$ MeV/c	$p^*$ MeV/c	$\lambda$ geom.	Nature second.	Remarques
17 753	—	$8^\circ,4 \pm 0^\circ,5$	$129^{+200}_{-45}$	—	0.70	—	—
17 775	+	$11^\circ,2 \pm 0^\circ,5$	$143 \pm 25$	—	0.05	—	—
14 506	—	$16^\circ \pm 0^\circ,5$	$169 \pm 12$	—	0.70	—	—
11 344	+	$25^\circ,4 \pm 0^\circ,5$	$268 \pm 40$	—	0.36	—	—
22 196	—	$3^\circ,9 \pm 0^\circ,5$	$> 135$	—	1.18	—	—
24 925	+	$10^\circ \pm 1^\circ$	$203 \pm 48$	—	1.17	—	—
25 869	+	$5^\circ \pm 0^\circ,8$	$170 \pm 70$	—	1.11	—	—
19 415	—	$35^\circ,5 \pm 1^\circ$	$284 \pm 60$	—	0.70	—	—
14 435	+	$18^\circ,6 \pm 1^\circ$	$87 \pm 9$	$106^{+40}_{-16}$	0.56	$\pi$	Scattering nucléaire
23 322	—	$3^\circ,6 \pm 0^\circ,5$	$235^{+100}_{-60}$	—	0.64	$\pi$	Intéraction nucléaire
24 912	+	$54^\circ \pm 0^\circ,5$	$195^{+4}_{-2}$	—	0.56	$\mu$	$M_{\text{sec}} = 225^{+14}_{-16}$ $R^* > 70 \text{ g cm}^{-2}$ Pb

$\theta$  est l'angle (primaire, secondaire),  $p_t$  le moment transverse du secondaire,  $p^*$  le moment du secondaire dans le système de référence lié au primaire (système du centre de gravité);  $\lambda$  épaisseur de matière traversée par le secondaire dans la chambre du bas, l'unité étant le libre parcours moyen géométrique.

L'observation de V chargés dans une chambre de Wilson à champ magnétique ne donne en général que des renseignements peu précis sur la masse du primaire et l'énergie d'émission du secondaire. Il faut un cas extrêmement favorable <sup>(5,6)</sup> pour obtenir le moment dans le système de la particule primaire ( $p^*$ ) avec une précision de 10 %. Nous verrons au § 6 que cette précision est obtenue facilement dans l'analyse des secondaires de particules S.

Par contre, notre arrangement expérimental de deux chambres superposées nous permet de donner des renseignements sur la nature  $\pi$  ou  $\mu$  des secondaires de V chargés dont la désintégration en vol est observée dans la chambre du haut à condition que les secondaires pénètrent dans la chambre du bas.

En effet, dans ce cas il est possible d'observer la présence ou l'absence

<sup>(5)</sup> R. W. THOMSON, A. V. BURSKIRK, C. J. KARMARK et R. H. REDIKER: *Phys. Rev.*, **92**, 209 (1953). On peut trouver un rappel de toutes les mesures de  $p^*$ , faites par différents laboratoires dans <sup>(6)</sup>.

<sup>(6)</sup> Congrès de Bagnères de Bigorre.

d'interactions à la traversée des plaques et d'identifier ainsi la nature  $\pi$  ou  $\mu$  des secondaires. Il est important de noter que nous observons des traversées de particules dont le moment a été mesuré dans la chambre du haut et est généralement élevé ( $p \sim 1$  à  $2$  GeV) traversant au voisinage de la verticale une série d'écrans. Dans ces conditions les chances de manquer une interaction nucléaire sont beaucoup plus faibles que pour les secondaires d'événements S. Ces derniers, en effet, ont une énergie plus faible et traversent souvent les plaques très obliquement.

Nous avons observé en tout onze V chargés dont les secondaires sont visibles dans la chambre du bas. Ces cas sont présentés dans le Tableau I.

L'existence de 2 interactions nucléaires prouve l'existence de  $\pi$  parmi les secondaires de V chargés. BRIDGE et ANNIS <sup>(7)</sup> avaient déjà, grâce à un scattering nucléaire, identifié un  $\pi$  comme secondaire de V chargé. Un autre cas a été signalé par BUTLER <sup>(8)</sup>.

D'autre part, le cliché n. 24912 (fig. 2, en annexe) montre l'existence de  $\mu$ . Dans cet événement le secondaire du  $V^+$  s'est arrêté dans le 8<sup>ème</sup> écran. Ce secondaire se présente dans de très bonnes conditions pour la mesure du moment dans la chambre du haut et la méthode moment-parcours lui donne une masse  $225 \pm 15 m_e$ . Notons que le moment transverse de ce  $V^+$  est très bien déterminé par la connaissance de l'angle dans la chambre du haut et le parcours de son secondaire  $\mu$ :

$$p_t = 195_{-2}^{+4} \text{ MeV/c.}$$

L'observation de 7,7 libres parcours moyens géométriques d'interaction ( $2e$ ) pour deux interactions nucléaires indique également la présence de mésons  $\mu$  parmi les secondaires de V chargés, mais ces résultats sont encore trop incomplets pour permettre une détermination précise du nombre relatif de mésons  $\pi$  par rapport aux mésons  $\mu$ .

Il semble, d'autre part, que nos deux événements à secondaires  $\pi$ , analysés en détail en annexe, ne correspondent pas au même type de particule.

— Cliché n. 14435 (fig. 3). Le moment transverse du secondaire de ce  $V^+$  est faible ( $p_t = 89_{-0}^{+8}$ ) MeV/c la limite inférieure étant déterminée par le parcours minimum du secondaire  $\pi$  dans la chambre du bas. Dans ce cas il est possible de mesurer le moment du primaire ( $p = 1150_{-230}^{+400}$ ) MeV/c, mais aucune estimation de sa masse n'est possible. Si on fait l'hypothèse d'une masse égale à celle de la particule  $\tau$  le secondaire a été émis dans le système

<sup>(7)</sup> H. S. BRIDGE et M. ANNIS: *Phys. Rev.*, **82**, 445 (1951).

<sup>(8)</sup> MENON: *Thesis* (unpublished).

de référence du primaire avec un moment égal à  $p^* = 106_{-16}^{+40}$  MeV/c. Si, par contre, on admet que le primaire était un superproton de masse  $2100 m_e$ , se désintégrant en  $(N + \pi^+)$ , nous voyons que la valeur  $Q$  de cet événement est nécessairement  $< 77$  MeV.

Nous concluons que la particule primaire n'est pas une particule  $\chi$  et qu'elle ne peut être interprétée comme un superproton que si la valeur  $Q$  correspondant à ce phénomène est nettement inférieure à celle indiquée par les plaques photographiques <sup>(6)</sup>. Par contre, elle peut très bien s'interpréter comme la désintégration d'une particule  $\tau$  en  $\pi^+$  et deux  $\pi^0$ . De toute façon, cet événement prouve la présence de mésons  $\pi$  dans les secondaires de V chargés à faible  $p^*$ . Des événements dans lesquels un  $\pi$  de faible moment est émis ont été découverts récemment dans les émulsions photographiques <sup>(9)</sup>.

— Cliché n. 23 322 (fig. 4). Le moment transverse du secondaire de ce  $V^-$  est grand ( $p_t = 235_{-50}^{+100}$  MeV/c). Il est impossible de mesurer le moment du primaire. La discussion complète de ce phénomène (voir fig. 4) permet de tirer les conclusions suivantes :

il est très improbable que le primaire soit un  $\tau^- (\rightarrow \pi^- + 2\pi^0)$ ;

il est possible que le primaire soit un superproton négatif indiqué par W. B. FOWLER *et al.* <sup>(10)</sup>, il est également possible que le primaire soit un  $\chi$ .

#### 4. - Événements S et V lents dans la chambre à écrans.

Nous avons également observé dans la chambre à écrans 18 phénomènes du type S et  $V^\pm$ . Les renseignements relatifs à ces événements sont rassemblés dans le Tableau II. Nous avons inclus dans ce tableau certains événements V qui donnaient des renseignements du même type que ceux déduits des événements S. En effet, nous avons déjà noté que pour la plupart des événements S on ne mesure qu'une limite inférieure du parcours du secondaire. Un événement V peut fournir aussi une limite inférieure du parcours dans le système du centre de gravité. On considère pour cela le moment transverse et il se trouve que si ce moment est assez élevé on obtient un parcours minimum dans le centre de gravité indépendant de l'hypothèse faite sur la nature  $\pi$  ou  $\mu$  du secondaire.

<sup>(9)</sup> J. CRUSSARD, M. F. KAPLON, J. KLARMANN, J. H. NOON: *Phys. Rev.*, (sous presse).

<sup>(10)</sup> W. B. FOWLER, R. P. SHUTT, A. M. THORNDIKE et W. L. WHITTEMORE: Brookhaven (communication privée).

TABLEAU II. — Événements S et V observés dans la chambre à écrans.

	Signe	Nature	Masse du primaire	Parcours minimum du secondaire en $\text{g cm}^{-2}$ Pb	Parcours minimum corrigé	Parcours maximum	$\gamma$ 's	Remarques	Groupes
22 854		V*	—	36	—	—	—	Secondaire $\pi$ probable	I
21 162		S*	—	58	—	—	—		
17 804		S*	—	60	63	—	—		
27 924		S*	—	68	71	—	—		
21 073		S	—	80,5	83,5	90,5	—		
21 242		V*	—	81	—	—	—		
25 845	+	S	—	85	88	101	—		
23 473	+	S	$968 \pm 52$	0	—	—	$\gamma$	$\tau \rightarrow \pi + 2\pi^0$ possible	II
18 805	+	S	$918 \pm 50$	9,8	—	20,6	—	$\tau$ possible	
16 307	+	S	$965 \pm 50$	12,5	—	15	—	$\tau \rightarrow 3\pi^\pm$ probable	
16 192	+	S	$885 \pm 50$	12	22	—	—	secondaire très incliné	III
16 197	+	S	$915 \pm 80$	38	41	—	—		
25 933	+	V	$889 \pm 41$	$46 \pm 4$	$56 \pm 4$	—	—		
18 094	+	S	$1 030 \pm 85$	48,5	51,5	—	—		
27 170	+	S	$926 \pm 45$	$69 \pm 7$	—	—	—	secondaire très incliné	
19 231	+	S	$857 \pm 70$	$67 \pm 2$	$70 \pm 2$	—	—	secondaire très incliné	
26 320	+	S	$939 \pm 50$	75	—	—	—		
22 964	+	S	$911 \pm 70$	$84 \pm 4$	—	—	—		

Dans les événements du groupe I, le primaire ne passait pas par la chambre du haut, le signe et la masse du primaire ne sont pas mesurés. Les particules marquées par le signe (\*) étaient produites dans une interaction nucléaire dans la chambre du bas. Le primaire de 25 845 était visible sur une faible longueur dans la chambre du haut, le signe du primaire a été déterminé, mais non la masse. Dans la colonne parcours minimum on n'a tenu compte que de l'épaisseur de matière traversée avant que le secondaire quitte la chambre. Pour les parcours minimum corrigés on a tenu compte d'une estimation prudente d'une limite supérieure de l'ionisation dans la dernière partie visible. A moins d'indication contraire, les parcours sont mesurés à  $\pm 1 \text{ g cm}^{-2}$  de Pb. Les erreurs plus élevées venant généralement de la disposition géométrique du secondaire. La colonne  $\gamma$  indique le résultat de la recherche pour des secondaires  $\gamma$ , dans les parties des plaques voisines de l'événement S.

Les particules ont été classées en trois groupes:

Le groupe I correspond aux événements dont le primaire ne passait pas par la chambre du haut; pour les groupes II et III, le primaire passant par la chambre du haut, nous pouvons déterminer son signe et sa masse. Ces évé-



nements sont classés en deux groupes suivant la valeur minimum observée pour le parcours du secondaire :

$$\text{Groupe II} \quad R_{\min} < 20 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb},$$

$$\text{Groupe III} \quad R_{\min} > 20 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}.$$

L'évènement 25 933, décrit en annexe, est du type V, mais le primaire étant très lent au moment de sa désintégration une bonne mesure de masse est possible.

### 5. — Masses des particules $K^+$ .

Aucune division de ces particules en groupes distincts ne peut être faite sur la donnée unique de la masse. En effet, avec les erreurs individuelles citées, toutes ces particules sont compatibles avec une particule de masse unique,

Mais nous savons qu'il existe au moins deux modes de désintégration différents pour les mésons lourds (K):

$$(A) \quad K \equiv \tau^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} + \pi^{-} + \pi^{+} \quad (11,12)$$

$$M = (967 \pm 3) m_e \quad (13)$$

le ou les modes de désintégration

$$(B) \quad K^{\pm} \rightarrow (\pi, \mu) + \text{particule(s) neutre(s)} \quad (2,3,8).$$

Les énergies observées pour le secondaire et parfois la nature  $\mu$  de ce secondaire chargé rendent dans un grand nombre de cas impossible l'interprétation de cet évènement comme une désintégration du type

$$(C) \quad \tau^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} + \pi^0 + \pi^0.$$

L'existence de ce type (C) est cependant très vraisemblable sur des bases

(11) R. H. BROWN, U. CAMERINI, P. H. FOWLER, H. MUIRHEAD, C. F. POWELL et D. M. RITSON: *Nature*, **163**, 82 (1949).

(12) E. AMALDI, G. BARONI, C. CASTAGNOLI, G. CORTINI et A. MANFREDINI: *Nuovo Cimento*, **10**, 937 (1953).

(13) D. LAL, YASH PAL et B. PETERS: *Phys. Rev.*, **92**, 438 (1953). La masse a été déduite de la valeur  $Q$  donnée par ces auteurs en prenant pour masse du méson  $\pi$   $237 \pm 1$ , en accord avec les mesures les plus récentes à Berkeley.

théoriques <sup>(14)</sup> et semble confirmée expérimentalement <sup>(9)</sup>. Les modes (A) et (C) appartiennent évidemment à une même particule ( $\tau$ ) dont la masse est bien connue. Il a été suggéré d'attribuer la désintégration du type (B) à cette même particule. Pour voir si cette hypothèse est en accord avec les résultats de notre expérience il est indispensable de sélectionner parmi notre lot de mesures les événements dans lesquels la particule ne peut pas s'être désintégrée suivant le mode (A) ou (C) et de comparer leurs masses à la masse de la particule  $\tau$ .

Lorsqu'un méson  $\tau$  se désintègre en  $3 \pi^\pm$  dans un écran, la probabilité que deux mésons  $\pi$  au moins sortent de cet écran est très faible. Ce phénomène apparaîtra donc comme l'arrêt d'une particule soit sans secondaire, soit avec un secondaire unique dont le parcours sera nécessairement inférieur à  $18 \text{ g cm}^{-2}$  Pb, qui correspond à la limite supérieure du moment que peut prendre un méson  $\pi$  dans la désintégration (A). Si le méson  $\tau$  se désintègre suivant le schéma (C), le parcours maximum du  $\pi$  est  $21 \text{ g cm}^{-2}$  Pb. Dans ce dernier cas, il est possible d'observer des électrons associés aux  $4 \gamma$  des deux  $\pi^0$ .

Nous voyons donc sur le Tableau II que les événements du groupe II peuvent s'interpréter comme la désintégration de particules  $\tau$ . On ne peut pas affirmer qu'il en soit effectivement ainsi, mais on peut remarquer que dans deux cas (16 307 et 18 805) le secondaire s'arrête avec un parcours compatible avec un mode de désintégration  $\tau$ , et dans un cas (23 475) il y a émission d'une gerbe électronique de faible énergie sans secondaire pénétrant, ce qui est compatible avec le mode de désintégration (C).

Par contre, les particules du groupe III ne se sont sûrement pas désintégrées suivant un des modes  $\tau$ . La moyenne pondérée des masses des particules de ce groupe est:

$$M = 914 \pm 20 \text{ m}_e \quad (\text{Groupe III}),$$

L'erreur statistique  $\pm 20$  est déduite des erreurs à priori données à chaque mesure de masse. La dispersion des huit mesures individuelles donne sur la valeur moyenne une erreur de  $\pm 19 \text{ m}_e$ . Il ne semble donc pas que nous ayons sous-estimé nos erreurs individuelles, mais il est possible qu'il existe une erreur systématique due à l'étalonnage du champ magnétique et à la courbe moment-parcours utilisée. Nous estimons que cette erreur ne peut guère dépasser 10 unités de masse. Notre valeur moyenne diffère donc de la valeur du  $\tau$  ( $967 \text{ m}_e$ ) par plus de deux écarts quadratiques. Il y a donc parmi nos événements tout un groupe de particules qui s'identifient difficilement avec la particule  $\tau$ .

<sup>(14)</sup> R. H. DALITZ: *Phil. Mag.*, **357**, 1068 (1953).

## 6. - Nature des secondaires des particules K.

Nous avons vu, au § 3, que les secondaires de V chargés étaient parfois des  $\pi$  et parfois des  $\mu$ . Or, les événements V observés dans la chambre du haut correspondent à des désintégrations de particules ayant vécu en moyenne un temps inférieur à  $10^{-9}$  seconde. Comme les particules que nous observons à l'arrêt dans la chambre du bas et qui ont traversé la chambre du haut ont vécu un temps supérieur à  $510^{-9}$  s, il n'est pas sûr que nous puissions étendre nos résultats sur la nature des secondaires des événements V aux secondaires de nos événements S.

Il est donc nécessaire de faire une étude directe de la nature des secondaires d'événements S.

Nous remarquons qu'un méson  $\pi$ , émis par une particule de masse  $914 \pm 20 m_e$ , ne peut avoir un parcours supérieur à  $64 \pm 4 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$ . Tout secondaire dont le parcours est nettement supérieur à  $64 \text{ g}$  doit donc être identifié comme un  $\mu$ , à moins que dans ce cas la masse du primaire ne soit nettement supérieure à la masse moyenne. Sur les 8 particules du groupe III, il y a trois événements pour lesquels le secondaire a un parcours supérieur à  $70 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$ . Or, pour ces trois événements la masse mesurée est en bon accord avec la moyenne générale. Pour un de ces événements (22 964), le parcours minimum du secondaire est  $84 \pm 4 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$ , ce qui donnerait, si le secondaire était un  $\pi$ , une masse supérieure à  $1020 \pm 20 m_e$ .

Nous pouvons donc affirmer avec certitude que trois événements S observés par nous correspondaient à la désintégration d'une particule suivant le schéma  $K \rightarrow \mu + \text{particule(s) neutre(s)}$ .

Il est très probable que la majorité des particules du groupe III ont subi le même type de désintégration, en effet toutes ces particules ont des masses compatibles et ont vécu un temps  $\geq 5 \cdot 10^{-9}$  s.

Nous pensons donc que ces faits établissent l'existence d'une particule K de masse  $914 \pm 20 m_e$  de vie moyenne longue (\*) et dont le secondaire chargé est un méson  $\mu$ .

Il est intéressant de remarquer que l'identification du secondaire se fait sur des particules ayant un moment  $p > 195 \text{ MeV/c}$ , c'est-à-dire dans une région où les mesures dans les plaques photographiques sont difficiles.

Afin d'éviter une identification prématurée avec des particules déjà connues, cette particule sera appelée  $K_\mu$  dans la suite de la discussion.

---

(\*) Une étude détaillée de vie moyenne par comparaison des événements de la chambre du haut et de la chambre du bas est en cours. La simple considération des événements V et S du groupe III indique que la vie moyenne pour ce groupe ne peut être très inférieure à  $510^{-9}$  et est probablement supérieure.

Pour les particules du groupe I nous ne disposons pas de mesure de masse et il n'est pas sûr que l'on puisse toutes les identifier à la particule  $K_\mu$ .

Nous remarquons cependant que pour 4 évènements le parcours du secondaire est supérieur à 70 g et il est raisonnable de penser que ces particules au moins sont des  $K_\mu$ .

Par contre, dans le cas 21162, analysé en annexe, (fig. 6) il est probable, mais pas certain, que le secondaire a subi un scattering nucléaire après avoir parcouru 58 g  $\text{cm}^{-2}$  Pb. Ce secondaire serait donc un méson  $\pi$ .

Il semble donc bien que la situation rencontrée dans les évènements V se retrouve dans les évènements S.

## 7. — Energies des secondaires des particules $K_\mu$ .

Du parcours observé des secondaires, on peut tirer des renseignements sur le moment avec lequel ces secondaires sont émis. Mais nous avons vu que chaque fois que le parcours du secondaire était inférieur à 20  $\text{cm}^{-2}$  Pb, l'évènement S

TABLEAU III. — *Moments des secondaires de particules K.*

Évènement	$P_\mu$ minimum MeV/c	$P_\mu$ maximum MeV/c
16 192	115	—
22 854	138	—
16 197	147	—
18 094	164	—
25 933	170	—
17 804	181	—
27 170	$189 \pm 10$	—
19 231	$191 \pm 3$	—
27 924	192	—
26 320	200	—
21 242	206	—
21 073	209	220
22 964	$210 \pm 6$	—
25 845	217	230

Ces moments ont été déduits du parcours en admettant un secondaire  $\mu$ . A moins d'indication contraire l'erreur sur la détermination est de  $\pm 1,5$  MeV/c correspondant à  $\pm 1$  g  $\text{cm}^{-2}$ , d'erreur sur le parcours (voir tableau II).

paraît s'interpréter comme dû à une désintégration  $\tau$ . Nous ne pouvons donc accepter comme  $K_\mu$  que les particules dont le secondaire a un parcours observé plus grand que 20 g  $\text{cm}^{-2}$  Pb. Nos renseignements sur les secondaires de  $K_\mu$



seront donc limités à la bande de moment correspondant à des parcours  $> 20 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$ , soit  $p_{\mu} > 110 \text{ MeV/c}$ . Si la particule  $K_{\mu}$  de masse  $914 \pm 20$  se décompose en un méson  $\mu$ , plus une seule particule neutre de masse nulle, le spectre du méson  $\mu$  se présentera sous forme d'une ligne à  $220 \pm 7 \text{ MeV/c}$  correspondant à un parcours de  $90 \pm 6 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$ . Si plusieurs particules neutres sont émises, les moments du secondaire seront répartis suivant un spectre continu ayant un moment limite à  $220 \pm 7 \text{ MeV/c}$ .

Nous pouvons donc étudier ce spectre sur 14 secondaires de particules K. Il n'est pas sûr que toutes ces particules soient en fait des  $K_{\mu}$ . Mais comme l'identification des  $K_{\mu}$  faite au § 6 était basée sur des considérations de parcours des secondaires, nous ne pouvons pas l'utiliser dans l'analyse de la répartition de ces parcours.

Nous avons reporté ces 14 cas dans le Tableau III, en transformant les parcours minimum et maximum en moments calculés pour un secondaire  $\mu$ . Il est frappant de constater que sur ces particules nous n'avons observé aucun arrêt qui ne soit compatible avec le moment limite du spectre. En fait, on constate une accumulation de moments minimum élevés proches de cette limite et les deux seuls arrêts observés sont parfaitement en accord avec cette limite. Ceci est d'autant plus remarquable que, dans la bande de moment étudiée, la géométrie de la chambre favorise plutôt l'observation de moments inférieur à  $200 \text{ MeV/c}$ .

Il est donc très possible, et même vraisemblable, si on ne considère que nos résultats, que la particule  $K_{\mu}$  subit une désintégration en deux corps. Il faut pour cela admettre que le cliché 21 162 dont le secondaire donnait un scattering anormal ne correspondait pas à un évènement  $K_{\mu}$ . Dans cette hypothèse, les deux parcours  $83,5 < R < 90,5$  et  $88 < R < 101 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$  fournissent une mesure du moment unique du secondaire de la particule  $K_{\mu}$   $p = 220 \pm 3 \text{ MeV/c}$  en tenant compte d'une erreur de  $\pm 1 \text{ g cm}^{-2}$  dans les déterminations de parcours.

On trouve que la masse de la particule neutre est comprise entre 0 et  $140 m_e$ , ce qui indique soit un neutrino, soit un  $\gamma$ . Comme, d'autre part, nous n'avons observé aucune gerbe électronique dans la direction opposée à celle du secondaire chargé, nous considérons que le meilleur schéma de désintégration est

$$K_{\mu} \rightarrow \mu + \nu.$$

La meilleure estimation de la masse est obtenue alors par la mesure du moment du secondaire, cette valeur est:

$$M_{K_{\mu}} = 908 \pm 12 m_e;$$

cette erreur tient compte d'une erreur possible de 1% dans les relations moment-parcours.

Néanmoins, l'hypothèse d'un spectre continu de  $\mu$  n'est pas exclue, mais il faudrait admettre pour ce spectre une forme très particulière, avec un maximum très aigu au voisinage de la limite supérieure.

## 8. — Particules K négatives.

Nous n'avons envisagé dans cet article que les événements S présentant dans la chambre à écrans un secondaire visible. Il se trouve que ces douze particules sont toutes positives. Si les particules K arrêtées dans notre appareil existent en quantité égale sous formes positive et négative, le fait que nos événements S se présentent uniquement sous forme positive prouve que les négatives ne se désintègrent pas à l'arrêt suivant le même mode. Afin d'avoir plus de renseignements sur les négatifs, nous avons mesuré rapidement la masse de toutes les particules arrêtées, quel que soit l'aspect au point d'arrêt. Nous n'avons pas trouvé d'étoile  $\sigma$  et nous avons observé deux particules K, sans secondaire, une positive et une négative. Il est difficile d'admettre que cette dissymétrie soit due à des difficultés d'observation. A moins d'admettre une fluctuation très importante, il semblerait qu'il y ait un excès positif parmi les particules K arrêtées dans notre appareil, ce qui pourrait expliquer les résultats de HARRIS et FRIEDLÄNDER <sup>(6)</sup>. Par contre, dans les événements V chargés il existe pour les résultats réunis de tous les expérimentateurs <sup>(6)</sup> un nombre à peu près égal de primaires positifs et négatifs.

## 9. — Comparaison avec les autres résultats expérimentaux.

1) Des événements S ont été découverts et étudiés à M.I.T. <sup>(2,15,16)</sup>. Deux parcours à  $66 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$  ( $65,6 < R < 67,7$ ;  $64,4 < R < 74,3$ ) ont été observés. Nous pensons que ceci ne contredit pas forcément l'hypothèse d'une désintégration en deux corps de  $K\mu$ . En effet, nous avons vu que la présence de particules à secondaires  $\pi$  était sûre dans les événements V, et probable dans les événements S, et il avait déjà été noté par BRIDGE *et al.* <sup>(15)</sup> que, si on attribuait ce parcours à  $66 \text{ g}$  à un méson  $\pi$ , son moment était en bon accord avec le moment donné par MENON <sup>(8)</sup> pour le secondaire  $\pi$  de la particule  $\chi$ .

Remarquons en outre que dans le cas 21162 où nous considérons que le secondaire était probablement un  $\pi$  le parcours minimum de  $58 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$  n'était pas en contradiction avec cette hypothèse.

<sup>(15)</sup> H. S. BRIDGE, C. PEYROU, B. ROSSI et R. SAFFORD: *Phys. Rev.*, **90**, 921 (1953).

<sup>(16)</sup> H. S. BRIDGE, H. COURANT, H. DE STAEBLER Jr. et B. ROSSI: *Phys. Rev.*, **91**, 1024 (1953).

2) Des V chargés ont été analysés dans des chambres de Wilson à champ magnétique et dans certains cas ont donné de bonnes valeurs de  $p^*$  du secondaire. Si nous examinons les valeurs données au Congrès de Bagnères de Bigorre, nous voyons que toutes ces valeurs sont compatibles

soit avec la désintégration  $\tau \rightarrow \pi^\pm + 2\pi^0$ ,  $p^* < 130 \text{ MeV/c}$ ,  
 soit avec la désintégration  $K\mu$  proposée dans cet article.

L'étalement du spectre des moments transverses, trouvé par ARMENTEROS *et al.* <sup>(17)</sup>, peut probablement s'interpréter de la même manière. Nous remarquons qu'un méson  $\pi$  de parcours  $66 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$  a un moment de  $217 \text{ MeV/c}$  qui ne peut se distinguer, dans une mesure directe du moment, de la valeur  $220 \text{ MeV/c}$  du secondaire du  $K\mu$ . D'autre part, il est intéressant de remarquer que si ce  $\pi$  est émis en même temps qu'une particule de masse nulle, la masse du primaire serait environ  $925 m_e$ , très proche de la masse du  $K\mu$ .

3) Il est beaucoup plus difficile de concilier nos résultats relatifs au  $K\mu$  avec l'ensemble des résultats des plaques photographiques <sup>(3,6,8)</sup>.

En effet, quelques secondaires  $\mu$  ont été identifiés et ils ont un moment très inférieur à  $200 \text{ MeV/c}$ .

D'autre part, plusieurs secondaires non identifiés ont un moment supérieur à  $220 \text{ MeV/c}$ .

Par contre, plusieurs valeurs de masse ont été publiées pour les particules K et certaines sont en bon accord avec nos mesures.

## 10. — Résumé et conclusions.

1) Les mesures directes de masse par moment-parcours, combinées avec des observations sur le secondaire, montrent qu'il existe une particule K de masse  $M_K = 914 \pm 20 m_e$ , dont le secondaire est un méson  $\mu$ .

2) L'étude des secondaires montre que les parcours des  $\mu$  sont, lorsqu'on peut les déterminer, très proches de la valeur que fournirait la désintégration en deux corps du méson K ci-dessus défini, si l'on admet une masse nulle pour le secondaire neutre. L'absence de gerbes électroniques indique que ce secondaire est probablement un neutrino. Il semble donc probable que cette particule se désintègre suivant le schéma  $K\mu \rightarrow \mu + \nu$ . Dans ce cas, le moment du secondaire fournit une mesure de masse  $M_{K\mu} = 908 \pm 12 m_e$ . Il n'est cependant pas exclu que cette particule subisse une désintégration en

<sup>(17)</sup> R. ARMENTEROS, K. H. BARKER, C. C. BUTLER, A. CACHON et C. M. YORK: *Phil. Mag.*, **43**, 597 (1952).

trois corps <sup>(18)</sup>, l'accumulation des moments minimum au voisinage de la limite supérieure indiquerait alors que ce spectre a un maximum aigu proche de la limite.

3) Cette conclusion n'est pas en désaccord avec les autres observations à la chambre de Wilson si l'on considère que parmi les événements S il existe aussi des particules à secondaire  $\pi$  ayant un parcours d'environ  $66 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$ , et que les parcours observés inférieurs à  $20 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$  correspondent à la désintégration de la particule  $\tau$ .

4) Le rapprochement de  $K\mu$ , défini ci-dessus et du  $\kappa$  introduit par Bristol montre des désaccords importants:

a) Si le  $K\mu$  se désintègre en deux corps, le désaccord est évident puisque le spectre continu des  $\mu$  du  $\kappa$  est établi grâce notamment à l'observation de plusieurs cas de  $\mu$  bien identifiés <sup>(3,6)</sup> avec faibles énergies.

b) Même si la désintégration du  $K\mu$  s'effectue avec le spectre continu envisagé plus haut, il y a néanmoins désaccord entre la masse du  $K\mu$  obtenue par nos mesures directes et celle du  $\kappa$  déduite, en particulier, des moments élevés de certains secondaires <sup>(6)</sup>. Il n'est pas exclu de penser qu'il existe d'autres particules que le  $K\mu$  donnant un  $\mu$  comme secondaire chargé; la sélection effectuée par notre appareil exigeant, en particulier, un temps de vie minimum du primaire très supérieur à celui exigé par les émulsions.

## 11. — Remerciements.

Nous tenons à remercier MM. R. JOHNSTON et M. MEYER, ainsi que le professeur W. B. FRETTER qui nous ont considérablement aidés dans la construction de l'appareil, et pendant les premiers mois de marche. Nous remercions également M. J. RÖSCH, directeur de l'Observatoire du Pic du Midi, et tout ses collaborateurs pour l'aide qu'ils nous ont apportée.

<sup>(18)</sup> L. LEPRINCE-RINGUET et B. ROSSI: *Phys. Rev.*, **92**, 722 (1953).

## RIASSUNTO (\*)

In questo lavoro presentiamo alcuni risultati su mesoni pesanti carichi ottenuti con un dispositivo sperimentale consistente essenzialmente di due grandi camere di Wilson sovrapposte. La superiore era in campo magnetico, mentre l'inferiore era dotata

(\*) Traduzione a cura della Redazione.



Fig. 2. — Cliché 24912. Masse d'un secondaire de  $V^+$ .

Les deux chambres sont représentées sur la photographie, mais elles ont été rapprochées, l'alignement des trajectoires n'est donc pas conservé. Le primaire entre dans la chambre du haut en  $A$ . En  $V$  on observe un changement de direction de  $53^{\circ},8 \pm 0,5^{\circ}$ . Aucun « blob » d'ionisation n'est visible en  $V$ , et l'évènement est considéré comme une désintégration en vol. Le secondaire quitte la chambre du haut en  $B$  et pénètre dans la chambre du bas en  $B'$ . Il s'arrête dans le huitième écran en  $C$ . Le scattering et l'ionisation montrent clairement que cette particule est en fin de parcours. On estime que l'ionisation est de l'ordre de 3 fois le minimum (limite inférieure, 2 fois le minimum). Le parcours de la particule depuis  $V$  est

$$R = \left( 81,4^{+3}_{-1} \right) \text{ (limite pour } I/I_0 = 2) \text{ g cm}^{-2} \text{ de Cu.}$$

Le moment mesuré dans la chambre du haut est

$$p = 250 \pm 8 \text{ MeV/c.}$$

On en déduit la masse du secondaire

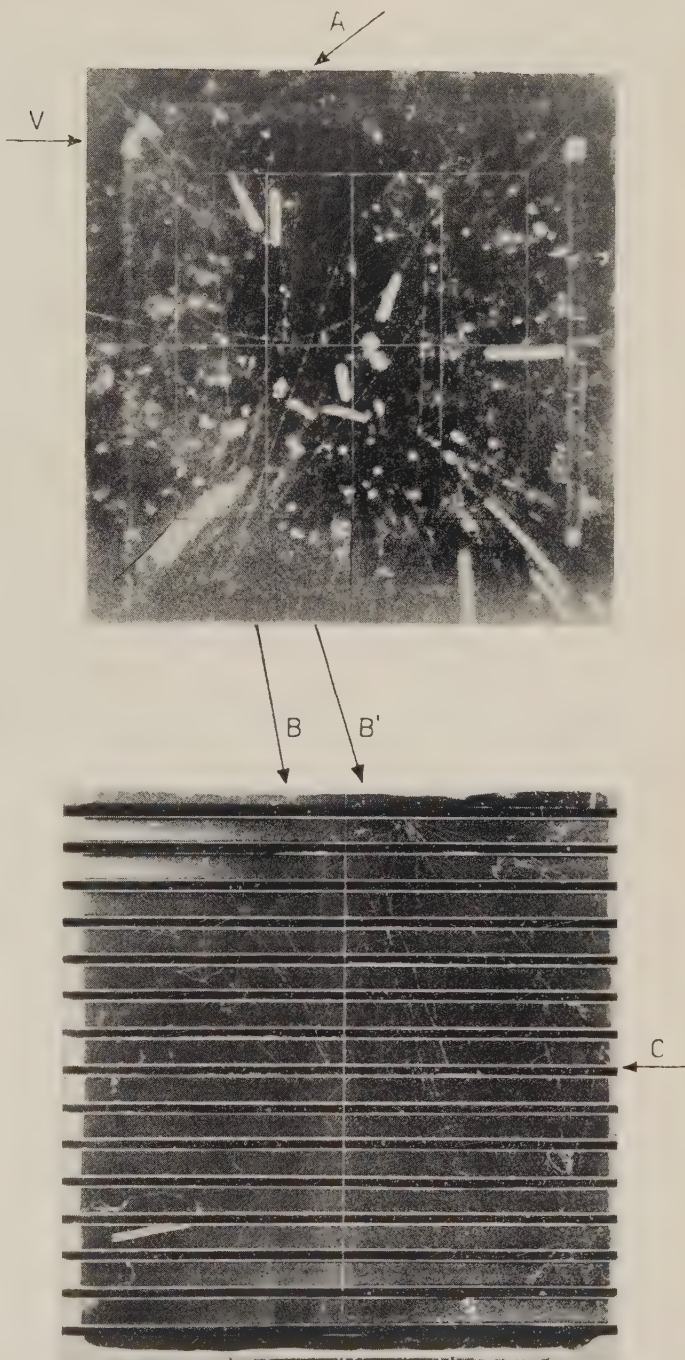
$$M_{\text{sec}} = (227 \pm 15) m_e.$$

C'est donc très probablement un méson  $\mu$ . Dans cette hypothèse la meilleure mesure du moment est donnée par le parcours (pour un méson  $\mu$  de masse  $207 m_e$ )

$$p = \left( 240^{+5}_{-2} \right) \text{ MeV/c.}$$

Ce qui donne un moment transverse

$$p_t = \left( 195^{+5}_{-2} \right) \text{ MeV/c.}$$



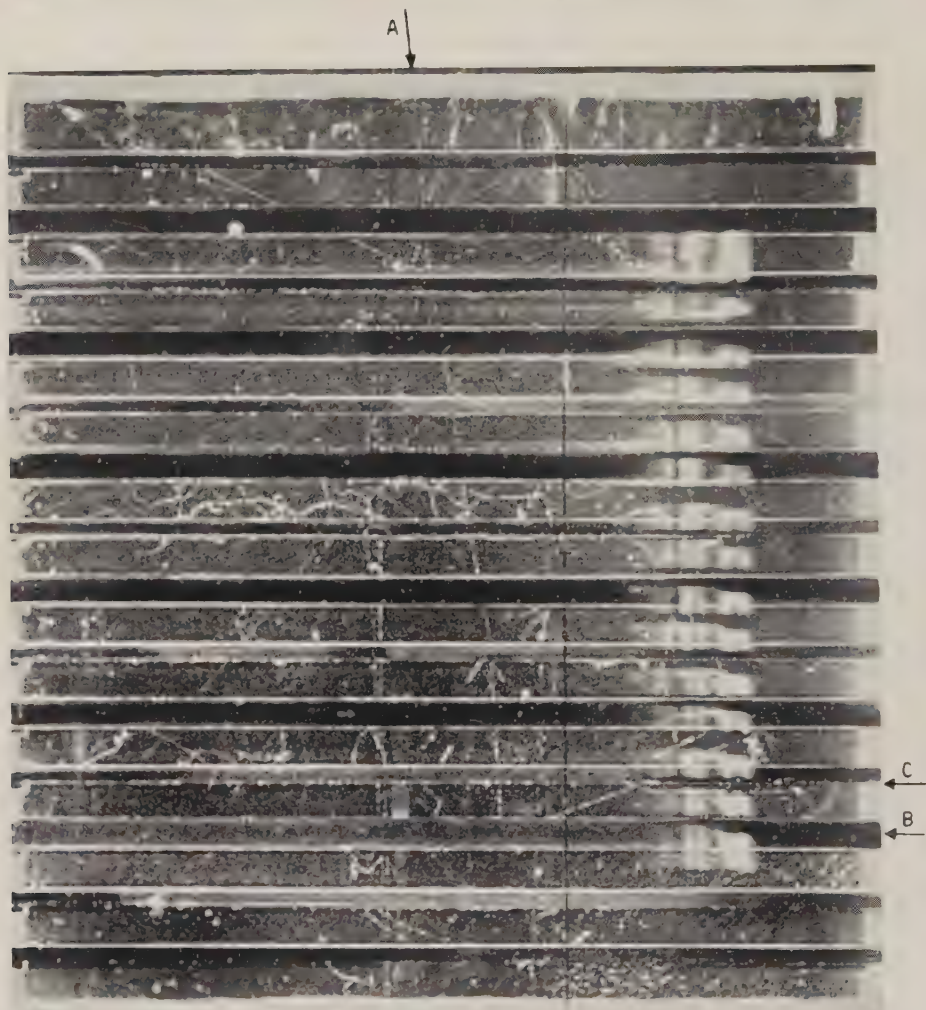


Fig. 3. — Cliché 14435. Scattering d'un secondaire de  $V^+$ .

Seule la chambre du bas est représentée. La particule entrant en  $A$  est le secondaire d'un  $V$  chargé photographié dans la chambre du haut. L'angle du  $V$  est  $\theta = 18^\circ,5 \pm 1^\circ$ . Le moment du primaire  $p = 1150^{+400}_{-230}$  MeV/c. Le moment du secondaire  $p_s = 273 \pm 27$  MeV/c. Le secondaire traverse dans la chambre du bas 6 plaques de Pb et 5 plaques de carbone. En  $B$ , dans une plaque de carbone, il subit un scattering en arrière et il pénètre en  $C$  dans la plaque immédiatement au-dessus, où il s'arrête. Cette déflexion ne peut évidemment pas s'interpréter comme un « scattering » Coulombien. On pourrait cependant penser que la particule est un méson  $\mu$  qui s'arrête en  $B$ , la trajectoire  $BC$  étant l'électron de désintégration. Mais si un méson  $\mu$  s'arrête en  $B$  il doit avoir au-dessus de la plaque une ionisation  $I/I_0 = 2,9$ , c'est-à-dire 2,9 fois plus grande que  $BC$ . Ceci semble exclu. De plus le moment mesuré dans la chambre du haut est trop grand (de deux écarts quadratiques) pour un méson  $\mu$  s'arrêtant en  $B$ . La seule interprétation possible est que le secondaire est un méson  $\pi$ , qui subit en  $B$  un scattering nucléaire. On peut réduire les erreurs sur le moment  $p_s$  en considérant le parcours minimum du secondaire  $ABC$  et en considérant que le scattering en  $B$  était élastique. On a alors  $p_s = 280^{+20}_{-0}$  MeV/c en voit que le moment déduit de la limite inférieure du parcours pour un méson  $\pi = 280$  MeV/c et celui trouvé par la mesure de courbure dans la chambre du haut 273 MeV/c sont en bon accord. En adoptant 960  $m_e$  pour la masse du primaire on peut connaître le moment du secondaire  $p^*$  dans le système du centre de gravité. On trouve  $p_s^* = 106^{+40}_{-16}$  MeV/c.



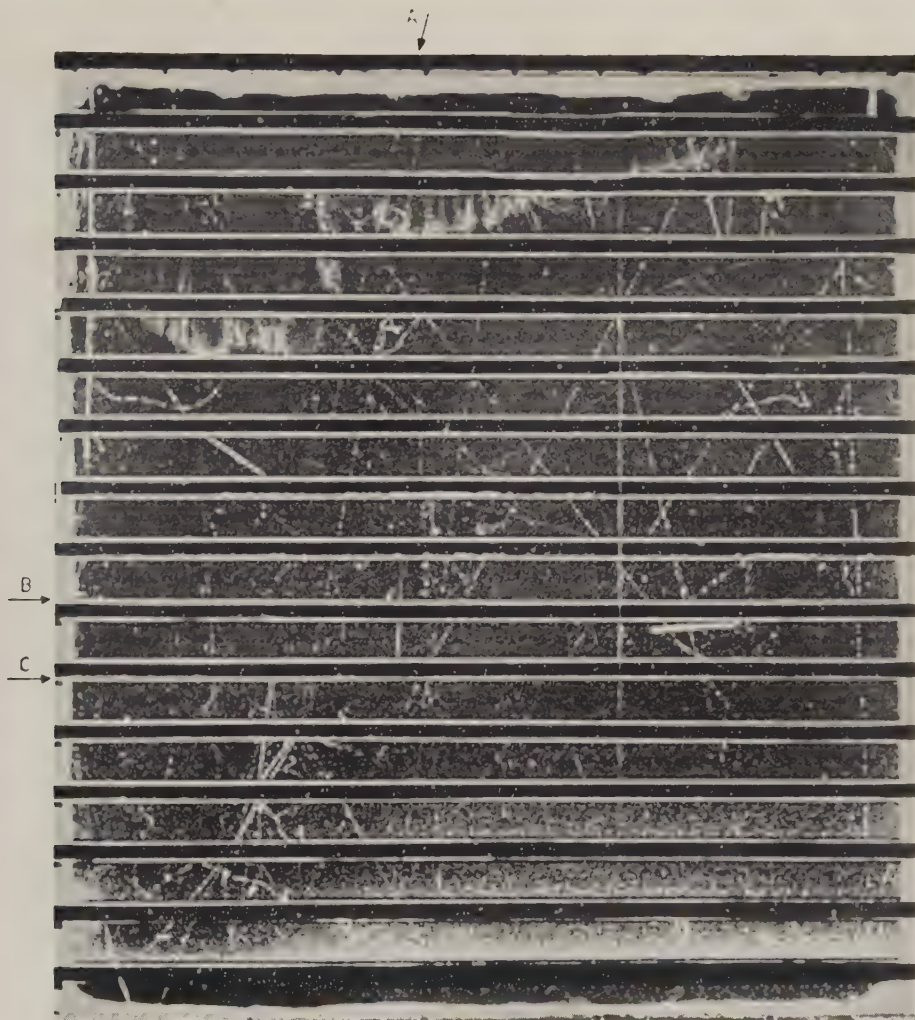


Fig. 4. — Cliché 23322. Interaction nucléaire d'un secondaire de  $V^-$ .

Seule la chambre du bas est représentée. La particule entrant en  $A$  est le secondaire d'un  $V^-$  de la chambre du haut. Les caractéristiques de l'évènement  $V$  sont les suivantes: angle du  $V$   $\theta = 3,6 \pm 0,4$ ; moment du primaire: impossible à mesurer; moment du secondaire  $p_s = 3,75^{+1,5}_{-0,75}$  GeV/c. (Le rayon de courbure étant très grand les erreurs sont dissymétriques car elles sont symétriques en  $1/\rho$ ). De  $A$  en  $B$  le secondaire traverse huit plaques de cuivre, en  $B$  il entre dans une plaque et ne ressort pas, alors que la trajectoire est très bien dans la zone éclairée. Etant donné la valeur élevée du moment dans la chambre du haut, cet arrêt ne peut s'interpréter par l'arrivée de la particule en fin de parcours. Cet arrêt anormal est donc en soi la preuve d'une interaction nucléaire. De plus en  $C$  on voit sortir une gerbe électronique, dont l'axe vient bien intersecter dans l'espace le prolongement de la trajectoire  $AB$ , l'angle  $AB, BC$  étant d'environ  $4^\circ$ . Ceci confirme bien l'existence d'une interaction nucléaire dans la plaque  $B$ . Cette interaction étant probablement du type échange de charges:  $\pi^- + p \rightarrow N + \pi^0$ . Ce sont les  $\gamma$  de désintégration du  $\pi^0$  qui donnent la gerbe, l'énergie élevée du  $\pi^-$  et probablement du  $\pi^0$  suffit à expliquer que les deux gerbes restent confondues. Pour une énergie de 4 GeV la gerbe devrait avoir 16 électrons; elle apparaît comme étant d'énergie plus faible mais la différence n'est pas significative. Nous concluons donc que dans ce cas le secondaire du  $V^-$  était un méson  $\pi$ . On ne peut mesurer  $p^*$  le moment du secondaire dans le système du centre de gravité, mais on a une limite inférieure par le moment transverse,  $p_t = 235^{+100}_{-50}$  MeV/c.

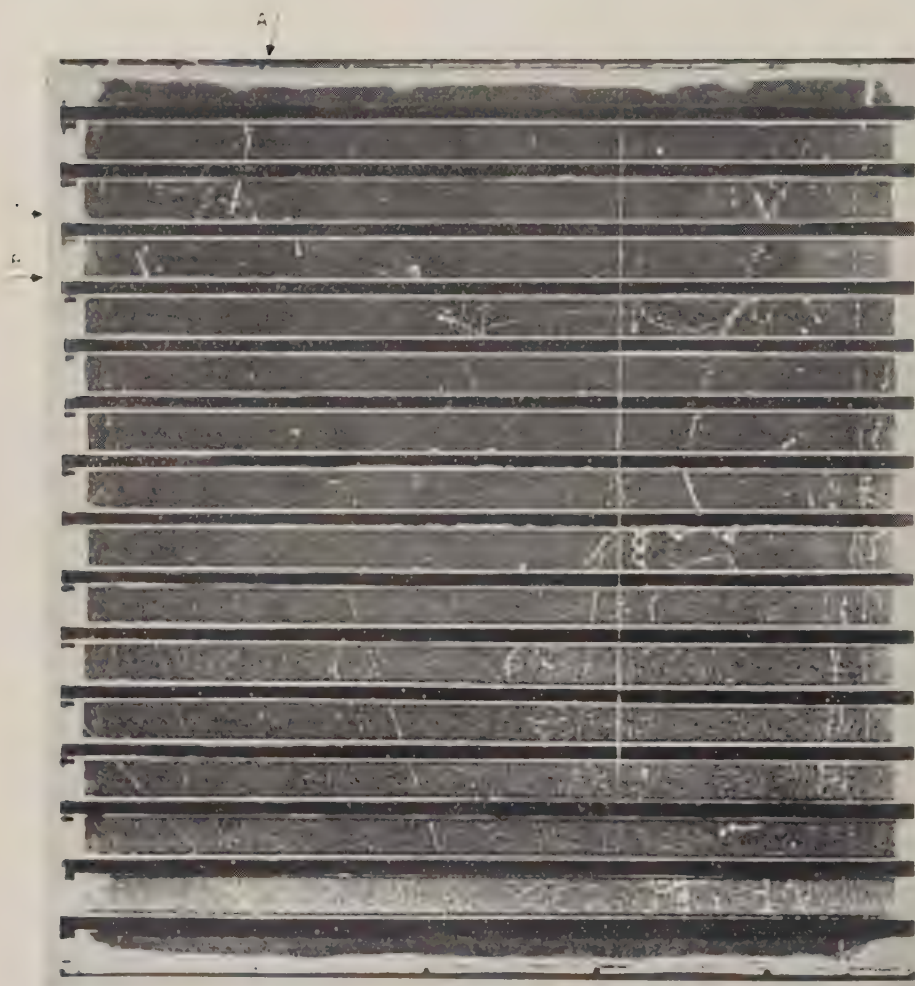


Fig. 5. — Cliché 25933. Évènement  $V^+$  lent dans la chambre du bas.

Le primaire traverse toute la chambre du haut, son signe est positif. Son moment est:  $p = 373 \pm 12$  MeV/c. Ce primaire pénètre en *A* dans la chambre du bas, traverse 2 écrans et se désintègre en *V*, juste au-dessus de la troisième plaque. Au moment de la désintégration le primaire était très lent, car l'ionisation était élevée  $I/I_0 > 5$ . Il semble cependant qu'elle ne soit pas assez grande pour interpréter le phénomène comme un événement *S* dans le gaz (primaire arrêté). Un arrêt dans le gaz ne devrait se produire qu'une fois sur 1000 arrêts dans les écrans. Il est donc préférable de supposer qu'il s'agit d'une désintégration en vol (événement  $V^+$ ). L'estimation d'ionisation permet cependant de connaître le parcours résiduel qu'avait le primaire quand il était dans la chambre du haut. On a  $R = 32,4 \pm 0,9$  g cm<sup>-2</sup> de Cu. La matière entre les chambres est équivalente à 12 g cm<sup>-2</sup> de Cu. Ceci comparé au moment donne la masse du primaire  $M_K = 889 \pm 41$  m<sub>e</sub>.

Le secondaire traverse un écran de cuivre pénètre en *B* dans le deuxième et n'apparaît pas en dessous. Il s'est donc arrêté dans ce deuxième écran, mais on ne peut utiliser ce fait pour avoir une limite supérieure du parcours. En effet le secondaire pénètre dans l'écran en faisant un angle de 74° avec la perpendiculaire à cette écran. Le scattering multiple introduit dans ce cas une erreur très grande sur la limite supérieure du parcours. On peut seulement dire:  $R > 46 \pm 4$  g cm<sup>-2</sup> de Pb.

Aucune correction n'est nécessaire pour passer au système du centre de gravité, car le secondaire est émis à 90° du primaire qui est lent.





Fig. 6. — Cliché 21162. Événement S, primaire produit dans la chambre du bas.

Une particule positive, dont le moment mesuré dans la chambre du haut est de  $3 \pm 0,8$  GeV pénètre en *A* dans la chambre du bas. Elle réagit en *I* dans le cinquième écran, en émettant deux particules chargées. L'une d'elles se dirige vers le bas et légèrement vers la gauche et s'arrête en *S*, elle émet un secondaire qui traverse 3 plaques, émerge en *B* de la dernière plaque et quitte la chambre. Deux gerbes électroniques de grande énergie sont également visibles. Leur début est en *C* et *D* et elles proviennent probablement d'un méson  $\pi^0$  produit en *I*. Une gerbe électronique de faible énergie est également visible. Le bilan d'énergie de la réaction *I* donne  $E > 2400$  MeV en bon accord avec le moment mesuré de la particule *AI*. Le secondaire de l'événement *S* traverse  $58 \text{ g cm}^{-2}$  équivalent de Pb, avant d'apparaître en *B*. Elle a subi en *B* un scattering de  $45^\circ$ . Le plan de cet angle étant perpendiculaire à la glace avant. L'ionisation en dessous de *B* apparaît assez forte, mais elle est augmentée par la perspective d'un facteur 1,4. On ne peut pas dire mieux que:  $1 < I/I_0 < 7$ . Si le scattering de  $45^\circ$  en *B* est un scattering Coulombien (simple ou multiple) la particule est en *B* proche de la fin de parcours, on peut donc donner une limite supérieure du parcours en admettant que l'angle de  $45^\circ$  n'est pas plus grand que 3 fois l'angle quadratique moyen de scattering multiple. Ceci donnerait pour le parcours total du secondaire  $58 < R < 71 \text{ g cm}^{-2}$  équivalent de plomb.

Mais il est très possible que le scattering en *B* soit nucléaire, dans ce cas le secondaire *SB* est un méson  $\pi$  de parcours  $R > 58 \text{ g cm}^{-2}$  Pb.

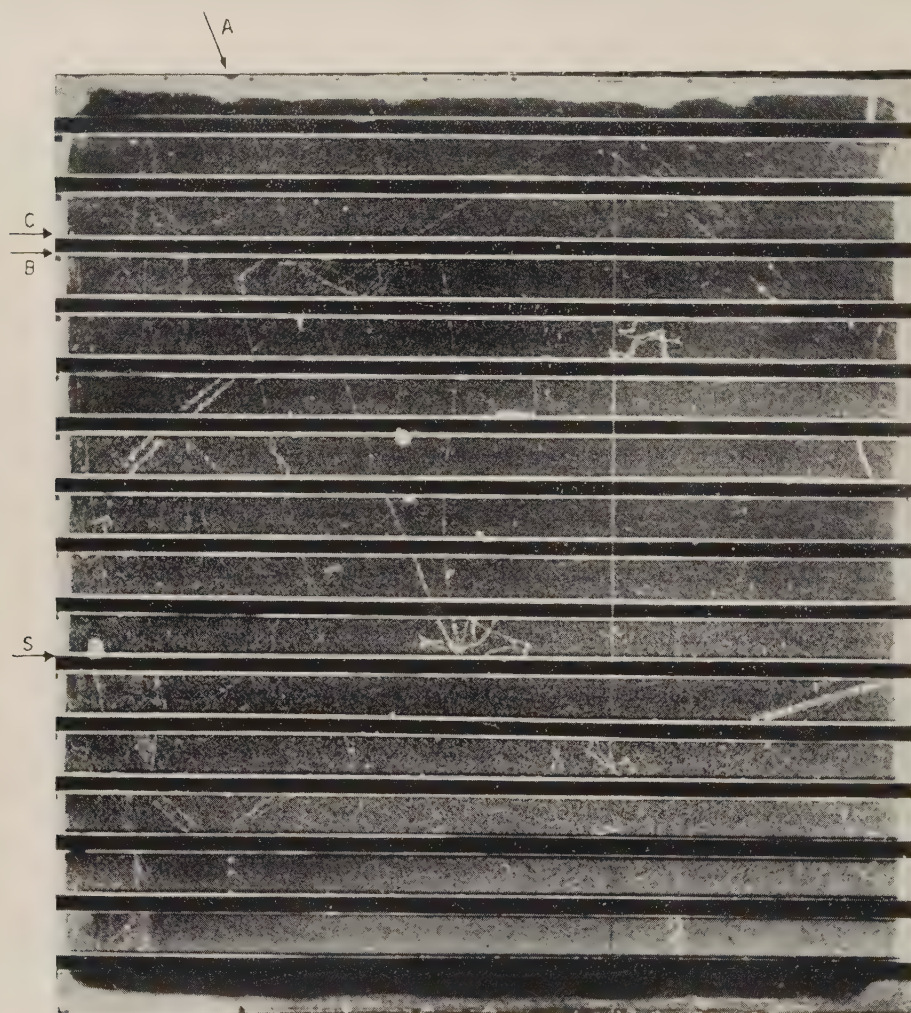


Fig. 7. - Cliché 21073. Événement S.

La particule K primaire n'est pas produite dans la chambre du bas, mais elle ne passe pas dans la chambre du haut. Elle pénètre dans la chambre en *A*, traverse 9 écrans de cuivre et s'arrête en *S*. L'accroissement d'ionisation avant l'arrêt est net. Le secondaire est émis vers le haut, il traverse 7 écrans et pénètre dans le suivant en *B*. Ce secondaire est à peu près parallèle à la glace avant de la chambre. S'il avait traversé ce dernier écran en ligne droite, il serait ressorti en un point *C*. Ce point est *dans la région bien éclairée* de la chambre, mais seulement à 1 cm de la limite avant *théorique*. Nous avons vérifié sur les photographies voisines, que cette limite théorique est en fait trop restrictive. Des trajectoires au minimum d'ionisation placées 2 cm en avant du point *C*, sont encore bien éclairées et bien visibles. Nous devons donc conclure que le secondaire s'est arrêté dans la plaque de cuivre entre *B* et *C*. Les limites géométriques du parcours sont:  $60 < R < 69,5 \text{ g cm}^{-2}$  de Cu. Le secondaire n'a pas une forte ionisation dans sa dernière partie visible. En prenant prudemment  $I/I_0 < 3$  on trouve  $62 < R < 69,5 \text{ g cm}^{-2}$  Cu, ce qui donne en rapportant le parcours au Plomb  $80,5 < R < 90,5 \text{ g cm}^{-2}$  de Pb. Comme ce secondaire traverse les écrans perpendiculairement à leurs faces, l'erreur sur les limites du parcours ne doit pas excéder  $\pm 1 \text{ g cm}^{-2}$  Pb du essentiellement à l'incertitude sur le point d'émission dans la première plaque. Le moment du secondaire est donc  $208 < p < 220 \text{ MeV/c}$  si c'est un méson  $\mu$ ,  $237 < p < 249 \text{ MeV/c}$  si c'est un méson  $\pi$ . Au voisinage du point *S* on voit quelques traces d'électrons de faible énergie. Il est impossible de dire si elles sont ou non en rapport avec la désintégration du primaire.



di numerosi setti. Il contenuto dei successivi paragrafi del lavoro può riassumersi come segue: 1) Si confronta il metodo della doppia camera di Wilson con altri metodi maggiormente convenzionali. 2) Breve descrizione dell'apparecchio. 3) Si discute il comportamento nella camera a setti dei secondari carichi dei decadimenti  $V^\pm$  che avvengono nella camera superiore. I mesoni  $\pi$  si sono identificati per le loro interazioni nucleari. La presenza di mesoni  $\mu$  si deve ritenere assai probabile, dati: *a*) il lungo percorso libero medio dei secondari e *b*) una misura di massa. 4) Si discutono gli eventi  $S$  e  $V^\pm$  lenti osservati nella camera a setti. Si mostra che si debbono distinguere due gruppi di decadimento: uno con secondari di range inferiore a  $20 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$ , l'altro con secondari di range maggiore. Benchè il primo gruppo possa derivare da mesoni  $\tau$ , il secondo gruppo non può, almeno fenomenologicamente, essere interpretato nello stesso modo. 5) Si presentano risultati delle misure di massa — dal range e dal momento — eseguite sui primari del secondo gruppo di eventi. I risultati si accordano su un unico valore  $(914 \pm 20) m_e$ , differente dalla massa del  $\tau$ . 6) Si dimostra che qualcuno, e probabilmente la maggior parte, dei secondari di questo secondo gruppo di eventi sono mesoni  $\mu$ . Questa conclusione è basata sulla dinamica del decadimento e risulta dalla massa misurata della particella primaria e dai range osservati dei secondari. L'osservazione di uno scattering a grande angolo indica, tuttavia, che tra i secondari possono trovarsi anche mesoni  $\pi$ . 7) Si analizzano i dati sul range dei secondari carichi. Se si esclude la presenza dei possibili  $\pi$ , i nostri risultati sono in buon accordo con un mesone  $\mu$  di momento unico. Tuttavia, uno spettro continuo con un brusco picco nella regione dei momenti elevati non si può escludere. 8) Si riferisce l'assenza quasi completa di primari negativi. Si confrontano i risultati ottenuti con quelli di altri autori. Essi si accordano con altri risultati ottenuti con camere a nebbia se si ammette, inoltre, l'esistenza di secondari  $\pi$  con range di  $66 \text{ g cm}^{-2} \text{ Pb}$ . Lo spettro che si ottiene per secondari  $\mu$  non si accorda con quello dei secondari di particelle  $\pi$  trovate in emulsioni fotografiche. 10) Riassunto delle conclusioni.

# LETTERE ALLA REDAZIONE

(La responsabilità scientifica degli scritti inseriti in questa rubrica è completamente lasciata dalla Direzione del periodico ai singoli autori)

## A Further Elucidation of the Relationship Between Sound Velocity in Liquids and Molecular Weight.

S. PARTHASARATHY and N. N. BAKHSHI

National Physical Laboratory of India - New Delhi

(ricevuto il 29 Dicembre 1953)

In a recent paper <sup>(1)</sup> on sound velocity and molecular weight, the author observed a marked regularity in the behaviour of a large number of liquids of different homologous series. A formula of the type

$$(1) \quad v^{\frac{1}{2}}/\rho = A + B/M$$

where,

$v$  = velocity of sound at  $t^{\circ}\text{C}$ ;

$\rho$  = density of the liquid at  $t^{\circ}\text{C}$ ;

$M$  = molecular weight of the liquid;

$A = 13.56$ , a constant which has the same value for all the homologous series;

$B$  = constant different for different liquids;

was satisfied by a family of the straight lines, all converging at point 13.56, 0.0. This note is in continuation of this work.

Recently SCHAAFFS <sup>(2)</sup> while studying the question of relationship between sound velocity and chemical constitution, obtained

$$(2) \quad v = [rRT/M\{G/(1-sr)^2 - 2/(1-sr)\}]^{\frac{1}{2}}.$$

From this relation, he found that as  $M$  tended to infinity, the sound velocity for all homologous series also tended to a limit which he named as  $v_{\infty} = 1600$  m/s at  $20^{\circ}\text{C}$ . This is the value of the velocity of sound where the ratio between the covolume and the molecular volume is one.

Further, data are available regarding the behaviour of density in homologous series as  $M$  tends to infinity. For example GOMEZ ARANDA <sup>(3)</sup> observed that in homologous series the density bears the following relation with the molecular weight

$$(3) \quad P_4^{20} = 1/a + b/M.$$

Here  $a$  and  $b$  are constants,  $a$  being equal to 1.167. It is seen from the above expression that as  $M$  tends to infinity, the density  $\rho$  also tends to a definite limit such that

$$(4a) \quad \lim_{M \rightarrow \infty} [P] = 1/a = 1/1.167 = 0.857.$$

KAUFMANN <sup>(4)</sup> taking the data of THOR-

<sup>(1)</sup> S. PARTHASARATHY and N. N. BAKHSHI: *J. Phys. Chem.*, **57**, 453 (1953).

<sup>(2)</sup> W. SCHAAFFS: in *Erg. d. ex. Naturwiss.*, **25** (1951).

<sup>(3)</sup> GOMEZ ARANDA: *An. Fis. Quim.*, **35**, 45 (1939).

<sup>(4)</sup> H. J. KAUFMANN: *Z. Electrochem.*, **25**, 343 (1919); **38**, 62 (1920).



PE<sup>(5)</sup> and KRAFFT<sup>(6)</sup> also observed the above constancy of the density in homologous series as the molecular weight approached infinity. He found that

$$(4b) \lim_{M \rightarrow \infty} [P] \text{ in this case was } = 0.8618 \text{ at } 20^\circ\text{C}.$$

Also from the results of GARTENMEISTER<sup>(7)</sup> in esters he found that

$$(4c) \lim_{M \rightarrow \infty} [P] \text{ was } = 0.8605 \text{ at } 20^\circ\text{C}.$$

Taking the value of  $v_\infty$  from (2) and  $\varrho_\infty$  from (4a), (4b) and (4c), we get for

$$\lim_{M \rightarrow \infty} [v^{\frac{1}{3}}/\varrho] = 13.65, 13.57 \text{ and } 13.58$$

in the above three cases.

The values of  $A$ , as  $M$  tends to infinity, obtained in this manner from all the three different sources show a remarkable agreement with our earlier value of 13.56 obtained for  $A$  from the expression  $v^{\frac{1}{3}}/\varrho = 13.56 + B/M$ . The coincidence in the final result of SCHAAFFS and of the authors is remarkable, though the approach has been different. It gives an insight into the behaviour of almost all the homologous series as the molecular weight tends to infinity.

Another important fact which emerges from the above results is that the adiabatic compressibility  $\beta_{ad}$  also tends to a definite limiting value as  $M$  tends to infinity.

To investigate the constancy of  $\beta_{ad}$  as  $M$  tends to infinity, a plot of  $\beta_{ad}$  against  $1/M$  was made. This is shown

in Fig. 1. The values of  $\beta_{ad}$  for various members of homologous series were taken from BERGMANN'S *Der Ultraschall* (1949 edition). As is seen from the figure, a

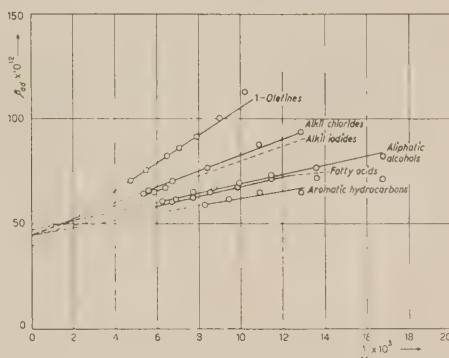


Fig. 1.

family of straight lines all converging to the same point is obtained. This suggests an equation of the type

$$(5) \quad \beta_{ad} = C + D/M,$$

where  $C$  and  $D$  are constants.  $C$  is a constant which is the same for all the homologous series whereas  $D$  is different for different series. The value of  $C$  comes out to be 44.9. It is remarkable to note that the value of  $\beta_{ad}$  to which all the series converge as  $M$  tends to infinity and that calculated from the formula  $v^2 = 1/\varrho\beta_{ad}$  taking the limiting values of  $v$  and  $\varrho$  as  $M$  tends to infinity, agree very well with each other.

It follows from the aforesaid findings that in homologous series  $v$ ,  $\varrho$  and  $\beta_{ad}$  all tend to definite and different limits as the molecular weight  $M$  tends to infinity, i.e. at very high molecular weight in homologous series the rate of propagation of sound impulse is independent of molecular weight.

(<sup>5</sup>) T. E. THORPE: *Journ. Chem. Soc.*, **37**, 141, 327 (1880).

(<sup>6</sup>) W. L. F. KRAFFT: *Ber. Deutsch. Chem. Ges.*, **15**, 1687, 1711 (1882).

(<sup>7</sup>) R. GARTENMEISTER: *Ann. d. Chem.*, **233**, 249 (1886).

## Propagation and Wavefunctions in Quantum-Theory of Fields.

E. FREESE

Max-Planck-Institut für Physik - Göttingen

(ricevuto il 9 Gennaio 1954)

Cross-sections for scattering and production of free particles with large energies frequently are calculated by means of the relativistically invariant  $S$ -matrix of DYSON <sup>(1)</sup>, which is a development in powers of the coupling constant. This constant is a measure for the interaction between the free fields, and if it is large, as in meson theory, such a development in it must be avoided. To see at first the mathematical problem clearly, it has been shown in another paper <sup>(2)</sup> that all physical processes, possible in some quantum-field-theory, can be handled with aid of an infinite system of differential and integral-equations for « wavefunctions ». Particularly for scattering problems, we may use instead of them the « propagation-functions » introduced in the following. They have a close connection to Schwinger's « Greens-functions » <sup>(3)</sup>.

Propagation-functions  $G$  should at least obey the following 2 postulates:

1) The transition amplitude (i.e. the  $S$ -matrix element) for scattering and production of free particles should be given by the following formula:

$$\begin{aligned} \vec{U} &= (l! m! n! p! q! r!)^{-1} \int \overleftarrow{\chi}_2(x_1 \dots x_l | y_1 \dots y_m | z_1 \dots z_n) i \partial_{t_{x_1}} \overleftrightarrow{d^3 x_1} \dots \beta d^3 y_1 \dots \beta d^3 z_1 \cdot \\ &\quad \cdot G(x_1 \dots x_l | y_1 \dots y_m | z_1 \dots \| x'_1 \dots x'_p | y'_1 \dots | z'_1 \dots z'_r) i \partial_{t_{x'_1}} \overleftrightarrow{d^3 x'_1} \dots \beta d^3 z'_r \chi_1(x'_1 \dots x'_p | y'_1 \dots y'_q | z'_1 \dots z'_r). \end{aligned}$$

Here  $\chi$  are the normalized wave-functions for free mesons ( $x$ ), nucleons ( $y$ ) and antinucleons ( $z$ ) of *positive* energy,  $\chi_1$  that of incoming,  $\chi_2$  of outgoing particles,

$$\overleftrightarrow{\partial_t} = \overrightarrow{\partial_t} + \overleftarrow{\partial_t} \quad \text{with} \quad \overleftarrow{A} \overrightarrow{\partial_t} = - \partial_t A.$$

This transition amplitude, of which the absolute square gives the transition proba-

<sup>(1)</sup> F. J. DYSON: *Phys. Rev.*, **75**, 1736 (1949).

<sup>(2)</sup> E. FREESE: *Zeits. f. Naturforschung* **8a**, 775 (1953).

<sup>(3)</sup> J. SCHWINGER: *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **37**, 452 (1951).

bility, is connected with the  $S$ -Matrix (f.i. the  $S$ -Matrix of Dyson). In the interaction representation one gets by transforming the  $S$ -matrix-element:

$$\begin{aligned} G_{t_k=-\infty}^{t_i=\infty} &= (\Psi_f^0, A_w^{(+)}(x) \dots \psi_w^{(+)}(y) \dots \psi_w'^{(+)}(z) \dots S A_w^{(-)}(x') \dots \bar{\psi}_w^{(-)}(y') \dots \bar{\psi}_w'^{(-)}(z') \Psi_f^0) = \\ &= (\Psi_f^0, : A_w(x) \dots \psi_w'(z) : S : A_w(x') \dots \bar{\psi}_w'(z') : \Psi_f^0) \quad (4). \end{aligned}$$

$\Psi_f^0$  is the free-particle vacuum,  $A_w^{(+)}$ ,  $\psi_w^{(+)}$ ,  $\psi_w'^{+}$  are the annihilation operators ( $w$  means interaction-representation) of free mesons, nucleons and antinucleons. Wick's «  $S$ -product » means: Every product of free particle operators must be written in this way, that the annihilation operators stand always right from the creation operators; the sign before the product is that of the necessary permutation of spinor operators.

In the Heisenberg-representation this gives (2):

$$= (\Psi_H^0, : A_{\text{out}}(x) \dots \psi'_{\text{out}}(z) : : A_{\text{in}}(x') \dots \bar{\psi}'_{\text{in}}(z') : \Psi_H^0)$$

$\Psi_H^0$  in the Heisenberg-vacuum for incoming (in) particles (f.e.  $A_{\text{in}}^{(+)} \Psi_H^0 = 0$ ),

$\Psi_H^0$  is the Heisenberg-vacuum for outgoing (out) particles (f.e.  $A_{\text{out}}^{(+)} \Psi_H^0 = 0$ ),

$\text{in}$  and  $\text{out}$  operators are given in the work of YANG and FELDMAN (5).

This was the definition of  $G$  for equal times  $t_i$ , resp.  $t_k$ .

2) For arbitrary times  $G$  shall be defined in such a way as to give products of Feynman-functions  $S_F$ ,  $D_F$  in the limit of vanishing coupling constant ( $S = 1$ ):

$$G = (\Psi_f^0, T\{ : A_w(x) \dots : S : A_w(x') \dots : \} \Psi_f^0)$$

or in Heisenberg-representation:

$$G = (\Psi_H^0, T\{ : A_H(x) \dots : : A_H(x') \dots : \} \Psi_H^0).$$

$T$  is Wicks time ordering operator (4); it is the same as  $\varepsilon$  times Dysons  $P$ -Symbol, where  $\varepsilon = \pm 1$  if the permutation of the spin-operators is even or odd.  $T$ - and  $S$ -products of operators may be transformed one into a sum of the others. In this way a  $T$ -product of an  $S$ -product may be written as a sum of  $T$ - or of  $S$ -products alone.

In the interaction representation one may calculate (and renormalize (1))  $G$  by means of Wick's rules (4) as series in the coupling constant.

In the Heisenberg-representation one can derive differential- or integral-equations, which connect the several functions  $G$ . This infinite system of equations is also valid for bound particles, for which the interaction representation fails.

The «  $S$ -product » ( $: \dots :$ ) in the Heisenberg-representation shall be defined by giving a rule for the transformation into  $T$ -products. (It is not possible to define it as ordering-prescription for « creation- and annihilation-operators » since a relativistic invariant splitting of Heisenberg-operators into positive and negative fre-

(4)  $: \dots :$  or  $T$  are the symbols for the  $S$  and  $T$  products which G. C. WICK (*Phys. Rev.*, **80**, 268 (1950)) introduced in the interaction representation. They can easily be transformed one into a sum of the others.

(5) C. N. YANG and D. FELDMAN: *Phys. Rev.*, **79**, 972 (1950).

quencies, which holds for all times, is impossible). Because the propagation-functions  $G$  and the « wave-functions »  $(^2)$

$$\sigma = (\Psi_H'^0 : A_H(x) \dots \psi_H(y) \dots \psi_H'(z) \dots : \Psi_H)$$

seemingly have no physical meaning for finite times, this relation may arbitrarily be given in such a way, that the calculation is easiest. Naturally with vanishing coupling constant the usual (Wick's)  $S$ -product must appear. The following 3  $S$ -product definitions occur:

a) By inversion of Wick's relation. The  $S$ -product is defined as a sum of  $T$ -products which contain several contractions always of 2 operators  $(^2)$ . As contraction-functions are used the free-particle-functions  $A_F$  and  $S_F$ . The differential-equations of  $G$ - or  $\sigma$ -functions can easily be written down quite generally. They interconnect all functions belonging to the same nucleonic charge. Quite formally they may also be given by Schwinger's functional derivatives  $(^3)$ . For instance

$$(\mathbf{p} y_m - m) \sigma(x \dots | y \dots y_m | z \dots) = (-1)^m - \frac{\delta}{\delta \varrho(y_m)} \gamma'_5 \frac{\delta}{\delta \bar{\mu}(y_m)} \sigma(x \dots | y \dots | z \dots)$$

if

$$\delta \mathcal{L} = -\delta H = \bar{\psi} \delta \mu + \delta \bar{\mu} \psi + A \delta \varrho.$$

But for practical usage one must reckon it out, as in  $(^2)$ .

b) Just as in a) but as contraction-functions are used:

$$I'_F(x, x') = \frac{(\Psi_H'^0, T A_H(x) A_H(x') \Psi_H^0)}{(\Psi_H'^0, \Psi_H^0)} = \begin{matrix} \text{Without a time depen-} \\ \text{dent external field} \end{matrix} = (\Psi_H'^0, T A_H(x) A_H(x') \Psi_H^0)$$

and the corresponding  $S'_F$  function.

Advantage: there appear only matrix-elements of the Heisenberg-representation and the renormalisation is formally simpler.

Disadvantage: the primed functions are not known, but they must be approximately calculated by differential- or integral-equations, which they connect with other vacuum-matrix-elements of  $T$ -products.

c) Another kind of  $S$ -product may be introduced by Schwinger's variational derivatives  $(^3)$ : All possible wave functions  $\sigma$  are given by the variation of

$$\begin{pmatrix} \Psi_H'^0, \Psi_H \\ \Psi_H'^0, \Psi_H^0 \end{pmatrix}.$$

They have the advantage to vanish automatically, if they refer to the vacuum ( $\Psi_H = \Psi_H^0$ ). One can give a general rule how the  $S$ -product so defined is transformed into a sum of  $T$ -products; one gets not only contractions between 2 operators but vacuum matrix-elements of all possible  $T$ -products. For the simplest functions the definitions b) and c) are equivalent, but generally the functions and differential-equations obtained in this way are too complicated for calculations. It should be men-



tioned that a consequent generalisation of Schwinger's « Greens-functions », as defined by the variation of matrix-elements of  $T$ -products, does not lead to the propagation-functions defined here, but to functions of the type:

$$G_S(x \dots \| x' \dots) = \frac{(\Psi_H^0, T\{A_H(x) \dots \psi_H'(z) \dots A_H(x') \dots \overline{\psi}_H'(z') \dots \Psi_H^0\})}{(\overline{\Psi}_H^0, \Psi_H^0)}$$

Here the  $S$ -product appears only on the right side of the  $T$ -product not on the left one. For all problems with 1 or 2 particles  $G$  and  $G_S$  are still equal.

If the coupling constant is small, it is easiest to use the functions defined in *a*). There it is sufficient to take the integral-equations for the simplest functions that belong to the given physical problem. Normally one takes a single integral equation obtained by iteration of the set <sup>(2)</sup>. Renormalisation can be done afterwards. In the intermediate coupling it is still an open question, if one must find a solution for an infinite set of functions or if most of the interaction is already contained in the contraction-functions, introduced in *b*) or *c*), if one uses only some wave functions.

Cross-sections for the scattering of free particles can be computed by means of the propagation-functions or—a little easier—by the wave-functions. For the determination of energies (and decay-constants) of bound particles (also quasi stationary) one will use integro-differential-equations of wave-functions.

# A Non-Perturbation Treatment of Scattering and the "Wentzel-Example",.

M. CINI

*Istituto di Fisica dell'Università - Torino*  
*Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sezione di Torino*

G. MORPURGO and B. TOUSCHEK

*Istituto di Fisica dell'Università - Roma*  
*Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sezione di Roma*

(ricevuto il 22 Gennaio 1954)

It has recently been examined <sup>(1)</sup> how far the Tamm-Dancoff method approximates the true behaviour of the solutions in an example in which these solutions are known. The result was that the first approximation of the TD method was essentially qualitative and that for higher approximations difficulties arise from the procedure of renormalisation <sup>(2)</sup>. CINI and FUBINI <sup>(3)</sup> have recently proposed a different and covariant method for the treatment of scattering problems in field theory and it therefore seemed useful to examine also this method by applying it to the example discussed in MT.

In the notation given in MT the

amplitude  $1 - \eta_0$  of the transition is of the form (\*)

$$(1) \quad 1 - \eta_0 = \frac{gA}{1 + gB},$$

where  $A$  and  $B$  are expressions depending on the energy and the source function  $U(r)$ . In this case one can easily see that the first approximation of CF-namely

$$(2) \quad 1 - S' = -S'_1 \frac{S'_1}{S'_1 - S'_2}$$

already gives the accurate solution. Indeed, developing (1) in series of  $g$  one finds

$$S'_1 = -gA, \quad S'_2 = +g^2AB,$$

<sup>(1)</sup> G. MORPURGO and B. TOUSCHEK: *Nuovo Cimento*, **10**, 1681 (1953); referred to as MT.

<sup>(2)</sup> G. MORPURGO: *Nuovo Cimento*, **11**, 103 (1954).

<sup>(3)</sup> M. CINI and S. FUBINI: *Nuovo Cimento*, **11**, 142 (1954) referred to as CF.

(\*)  $\eta_0$  in reference <sup>(3)</sup> is called  $S'$ .

by means of which (1) and (2) are made to coincide.

As has already been noted by CINI and FUBINI the result does not change if one proceeds to higher approximations.

This result is not altogether unexpected, since in the example of MT the exact expression for the matrix  $S$  is a quotient of two polynomials, in which case the variational method always furnishes the

exact solution<sup>(4)</sup>. One has to keep in mind, however, that in the general case of field theory the matrix  $S$  will not be of this simple form and that therefore the success of the method in the case of the example discussed here does not necessarily lead one to expect rapid convergence in the general case.

<sup>(4)</sup> M. CINI and S. FUBINI: *Nuovo Cimento*, **10**, 1695 (1953).

## Fotofluorescenza e scintillazioni.

M. AGENO

*Istituto Superiore di Sanità, Laboratorio di Fisica - Roma*

(ricevuto il 25 Gennaio 1954)

In un recente gruppo di lavori <sup>(1)</sup> <sup>(2)</sup>, J. B. BIRKS ha proposto una teoria fotonica del fenomeno delle scintillazioni, teoria che, secondo l'Autore, inquadrerebbe in modo soddisfacente tutti i risultati sperimentali fino ad oggi noti e sarebbe applicabile sia al caso dei cristalli organici sia a quello delle soluzioni.

Nel caso dei cristalli organici, il meccanismo proposto da BIRKS è sostanzialmente il seguente. Il passaggio di una particella di elevata energia attraverso il cristallo sarebbe seguito da una serie di fenomeni di riassetamento, nel corso dei quali verrebbero emessi quanti di radiazione di energia prossima al limite di dissociazione delle molecole (circa 8 eV). Questi quanti sarebbero generati sia in fenomeni di ricombinazione ionica, sia da rapido passaggio allo stato fondamentale di molecole portate inizialmente in un livello elettronico molto eccitato. Una parte dei quanti primari potrebbe naturalmente uscire dal cristallo e la corrispondente energia andrebbe perduta ai fini delle scintillazioni. La maggior parte di essi sarebbe però riassorbita e rimessa molte volte consecutive nel cristallo stesso, cadendo nel campo di lunghezze

d'onda delle bande di assorbimento di quest'ultimo. In questi processi di fotofluorescenza successivi, una parte dell'energia del quanto primario andrebbe via via dissipata nelle transizioni tra livelli di rotazione e di oscillazione, sicché (come si osserva) da un cristallo di dimensioni macroscopiche uscirebbero in definitiva solo quanti appartenenti a quella zona dello spettro di fluorescenza che corrisponde a transizioni dal primo livello elettronico eccitato al livello fondamentale e che non si sovrappone allo spettro di assorbimento.

Ci proponiamo di mettere in evidenza, in questo lavoro, come tale interpretazione dei fatti sperimentali fino ad oggi accertati presenti ancora lacune e difficoltà notevoli.

È, in primo luogo, ormai praticamente sicuro che l'ultima fase del processo di scintillazione in un cristallo organico di dimensioni macroscopiche <sup>(3)</sup> sia del tipo descritto da BIRKS. In conseguenza del passaggio attraverso al cristallo di una particella di elevata energia e a seguito di un processo complicato, sulla natura del quale non vogliamo per ora soffermarci, un certo numero di mole-

<sup>(1)</sup> J. B. BIRKS: *Scintillation counters* (London, 1953).

<sup>(2)</sup> J. B. BIRKS e W. A. LITTLE: *Proc. Phys. Soc.*, A **66**, 921 (1953).

<sup>(3)</sup> M. AGENO: Comunicazione al Convegno sulle trasformazioni radiochimiche della Fondazione Donegani, 1953 (in corso di stampa).



cole risultano eccitate al primo livello elettronico. Queste molecole si diseccitano emettendo radiazione che in parte subisce quei processi di riassorbimento e riemissione successivi di cui abbiamo sopra parlato. Le prove sperimentali di questo fatto sono:

a) la parziale sovrapposizione dei due spettri di assorbimento e di emissione del cristallo, dimostrata da L. ROTH nel 1949 <sup>(4)</sup>;

b) l'esistenza di fenomeni di trasporto dell'energia attraverso al cristallo su distanze grandi, dell'ordine dei millimetri, dimostrata da AGENO e CORTELETTA all'inizio del 1952 <sup>(5)</sup>. Un trasporto su distanze così grandi può infatti avvenire *solo* via radiazione.

Una conferma diretta è stata poi data recentemente da BIRKS <sup>(2)</sup>, il quale ha verificato sperimentalmente la relazione

$$(1) \quad \tau_c = \frac{\tau_m}{1 - a\tau_m},$$

ove  $\tau_m$  e  $\tau_c$  sono le vite medie di fotofluorescenza della molecola e rispettivamente di un cristallo macroscopico ed  $a$  la probabilità per unità di tempo di trasferimento dell'energia di eccitazione da una molecola ad altra molecola del cristallo.

Vogliamo soffermarci un momento sul significato di questa verifica di BIRKS. Egli assume come vita media di fluorescenza della molecola la vita media di fotofluorescenza di microcristalli, appoggiandosi sul fatto che la composizione spettrale della luce emessa per fluorescenza da microcristalli è quella della fluorescenza molecolare <sup>(4)</sup>. Ricava poi  $a$  dal confronto dei due spettri di fluorescenza di microcristalli e di cristalli macroscopici. Siccome i valori ch'egli trova per  $\tau_m$ ,  $\tau_c$  ed  $a$  soddisfano la (1) con buona approssimazione, egli ne con-

clude che non esistono nel cristallo altri fenomeni di trasporto dell'energia, oltre quelli su lungo percorso dimostrati da AGENO e CORTELETTA.

Questa conclusione è evidentemente arbitraria. Non v'è prova che la vita media di fotofluorescenza di microcristalli coincida con la vita media del primo livello elettronico eccitato della molecola. Se esistessero fenomeni di trasporto su distanze brevi (dell'ordine di qualche decina di micron) il  $\tau_m$  misurato da BIRKS non sarebbe identificabile con la vita media molecolare  $\tau_0$  ma sarebbe più lungo di questa per effetto di tali fenomeni di trasporto. Detta  $a_\mu$  la probabilità per unità di tempo di trasporto dell'energia di eccitazione da una molecola eccitata ad altra qualsiasi attraverso questo meccanismo, si avrebbe:

$$\tau_m = \frac{\tau_0}{1 - a_\mu\tau_0}, \quad \tau_c = \frac{\tau_0}{1 - (a + a_\mu)\tau_0},$$

essendo come prima  $a$  la probabilità di trasferimento via radiazione, da cui ancora la (1).

Ciò dimostra appunto che la validità sperimentale della (1) non esclude l'esistenza di fenomeni di trasporto (per esempio del tipo excitons) che è prevedibile possano eventualmente avvenire solo su distanze dell'ordine (o più piccole) delle dimensioni dei microcristalli di Birks. D'altra parte, la tecnica di AGENO e CORTELETTA non è idonea a mettere in evidenza eventuali fenomeni di trasporto di questo tipo, essendo di quest'ordine di grandezza anche i percorsi nel cristallo delle particelle alfa del Polonio.

Una delle affermazioni su cui si basa la teoria di Birks, non esistenza di fenomeni di trasporto diversi da quello via radiazione, non è dunque fino ad oggi dimostrata.

Altre difficoltà si incontrano nell'interpretare col meccanismo proposto da BIRKS la prima fase del processo di scintillazione: quella cioè compresa tra il passaggio della particella di elevata energia

<sup>(4)</sup> L. ROTH: *Phys. Rev.*, **75**, 983 (1949).

<sup>(5)</sup> M. AGENO e G. CORTELETTA: *Nuovo Cimento*, **9**, 196 (1952).

e la prima comparsa nel cristallo di molecole eccitate al primo livello elettronico. La teoria fotonica di Birks non ha qui per ora appoggio sperimentale diretto. Vogliamo per altro mettere in evidenza un fatto che ci sembra assai significativo a questo proposito, e che, pur essendo noto sin dal 1949 <sup>(6)</sup> non ci risulta sia stato finora preso in considerazione, da questo punto di vista.

Come abbiamo detto, la teoria fotonica s'adatta egualmente ai cristalli organici e alle soluzioni scintillanti, soprattutto per ciò che riguarda la prima fase del processo, la quale anzi risulterebbe nei due casi identica. Orbene, è da notare che le sostanze note come buoni scintillatori sono tutte sostanze ben note per le loro notevoli proprietà di fotofluorescenza. Non è però vero il contrario. Molte sostanze fluorescenti tipiche all'u.v. praticamente *non* fluorescono sotto l'azione di particelle veloci: tali, per esempio, le soluzioni di fluoresceina e di clorofilla e alcuni olii minerali. Evidentemente, ciò significa, innanzitutto, che il numero di molecole eccitate al primo livello elettronico per azione diretta della particella veloce incidente è trascurabilmente piccolo.

Dunque, una prima fase del processo di scintillazione effettivamente esiste ed è anzi tale che l'energia ceduta dalla particella veloce al mezzo fluorescente può talora essere in parte impiegata ad eccitare molecole al primo livello elettronico e talora invece può venir tutta dissipata nel corso di essa. Che questa fase sia complessa è poi dimostrato anche dal

fatto che le vite medie di scintillazione dei cristalli organici sono più lunghe per un fattore circa due volte delle vite medie per fotofluorescenza <sup>(7-10)</sup>.

Per spiegare nel quadro della teoria di Birks la possibilità di dissipazione totale dell'energia di eccitazione in una sostanza fotofluorescente occorre ammettere che si abbiano in tale sostanza dei livelli elettronici fortemente eccitati in cui il rendimento quantico sia sensibilmente diverso da uno. Ciò è contrario a quanto ammette lo stesso BIRKS e ai dati (a dire il verso scarsi) in nostro possesso, circa la dipendenza del rendimento quantico dalla lunghezza d'onda eccitante, nella fotofluorescenza <sup>(11)</sup>.

Non sembra quindi che si possa escludere definitivamente l'ipotesi che siano le stesse molecole derivanti da ricombinazione ionica, le quali dopo aver dissipato parte in processi interni, parte forse anche in radiazione, l'energia in eccesso, vengano alla fine a trovarsi eccitate al primo livello elettronico, dando inizio alla serie di emissioni e riassorbimenti in catena della seconda fase. Può naturalmente darsi che entrambi i processi contribuiscano alle scintillazioni. Questo comunque si potrà studiare solo dopo che i fotoni primari postulati da BIRKS siano stati messi sperimentalmente in evidenza.

<sup>(7)</sup> G. B. COLLINS: *Phys. Rev.*, **74**, 1543 (1948).

<sup>(8)</sup> J. O. ELLIOT, S. H. LIEBSON, R. D. MYERS e C. F. RAVILIOUS: *Rev. Sci. Instrum.*, **21**, 631 (1950).

<sup>(9)</sup> S. H. LIEBSON, M. E. BISHOP e J. O. ELLIOT: *Phys. Rev.*, **80**, 907 (1950).

<sup>(10)</sup> A. LUNDBY: *Phys. Rev.*, **80**, 477 (1950).

<sup>(11)</sup> S. C. GANGULY: *Journ. Chem. Phys.*, **13**, 128 (1945).

<sup>(6)</sup> M. AGENO, M. CHIOZZOTTO e R. QUERZOLI: *Rend. Acc. Naz. Lincei*, **6**, 626 (1949).

## Sistema ottico per la trasmissione di informazioni.

G. CORTELLESSA e R. QUERZOLI

*Istituto Superiore di Sanità, Laboratorio di Fisica - Roma*

(ricevuto l'8 Febbraio 1954)

S'incontra talora in laboratorio il problema di trasmettere l'indicazione di uno strumento di misura tra due punti, che per ragioni varie (generalmente di carattere elettrico) non possono collegarsi direttamente mediante una coppia di conduttori. Ciò si verifica, ad esempio, negli acceleratori di particelle tipo Van de Graaff e Cockroft e Walton quando si vogliano portare al quadro di manovra le indicazioni (corrente, tensione,...) dello stato di funzionamento della sorgente. Siccome macchine di questo tipo vengono correntemente impiegate ancor oggi come iniettori nelle grandi macchine acceleratrici moderne, crediamo non inutile descrivere una soluzione di tale problema, da noi realizzata e collaudata durante molti mesi di ottimo funzionamento, sul Cockroft e Walton dell'Istituto Superiore di Sanità.

Il problema assai più semplice di trasmettere in un Van de Graaff all'elettrodo ad alta tensione un impulso di comando per la sorgente di ioni è stato recentemente risolto in un modo un po' analogo, per ciò che concerne il mezzo di trasmissione e la valvola trasmittente, nell'iniettore del Cosmotrone di Brookhaven <sup>(1)</sup>.

Il metodo più semplice per trasmettere informazioni da un elettrodo ad alta tensione a terra (o viceversa) è senza dubbio quello di usare come mezzo di trasmissione un fascetto di luce, facendo eventualmente uso di una opportuna guida ottica. Tuttavia, la soluzione più ovvia, cioè quella di affidare l'informazione al fascetto modulandone l'intensità, si è dovuta scartare dopo alcune prove. È infatti assai difficile ottenere per questa via una trasmissione abbastanza stabile e precisa e una costanza di taratura attraverso lunghi periodi di tempo, a causa della sensibilità del sistema ad ogni alterazione delle caratteristiche della sorgente di luce e della parte fotosensibile ricevente, nonché ad ogni piccola variazione delle condizioni di allineamento.

Per rendere il sistema indipendente da tutte queste cause di errore, si è quindi fatto uso di un fascetto di luce di intensità periodicamente variabile e si è affidato ad esso l'informazione, modulandone convenientemente la frequenza dei massimi.

Il dispositivo realizzato è assai semplice. Un oscillatore a rilassamento la cui frequenza è funzione della grandezza da trasmettere, comanda una lampada al neon; la luce emessa da questa viene raccolta da un fotomoltiplicatore che la

<sup>(1)</sup> E. I. ROJERS e C. M. TURNER: *Rev. Sci. Instrum.*, **24**, 805 (1953).

ritrasforma in una tensione oscillante, di cui si misura la frequenza. Mediante una opportuna taratura si può quindi fare in modo che il frequenzimetro permetta la lettura diretta dell'informazione trasmessa. Come sorgente di luce si è scelta la 1130 B (Sylvania) che presenta i due vantaggi di costituire una sorgente di luce intensa e ben localizzata e di poter oscillare fino a frequenze molto elevate. Come elemento fotosensibile ricevente si è usato un fotomoltiplicatore RCA 931-A,

in una tensione oscillante. Questa comanda attraverso la valvola amplificatrice 5693 l'univibratore formato dalle due metà di una 6SN7. I valori delle costanti sono scelti in modo che la tensione media che si ha su una delle due placche delle 6SN7 risulti funzione praticamente lineare della frequenza della tensione di comando. Un voltmetro misura la differenza di potenziale fra questa placca e un punto a una tensione uguale a quella della placca stessa quando la

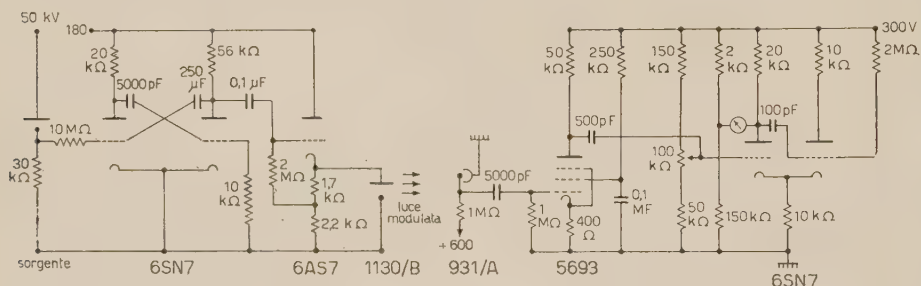


Fig. 1.

la cui risposta è ottima fino ad altissime frequenze e dà segnali sufficientemente ampi da potere in ogni caso trascurare l'effetto di disturbi elettrici causati dal funzionamento della macchina acceleratrice.

In fig. 1 sono riportati, a titolo di esempio, i circuiti per la trasmissione dei valori della corrente della sorgente di ioni. Tale corrente, che nel nostro caso può variare fra 0 e 20 mA, provoca su di una resistenza da 30 kΩ una tensione variabile fra 0 e 600 V; a questa tensione variabile è collegata mediante una opportuna resistenza una delle due griglie di un multivibratore asimmetrico. In tale modo la frequenza di oscillazione del multivibratore risulta una funzione della corrente da misurare; essa varia da 150 Hz quando  $i=0$ , a circa 3000 Hz quando  $i=20$  mA. La tensione oscillante è trasmessa mediante la valvola di disaccoppiamento 6A57 alla 1130B, la cui pulsazione luminosa viene raccolta dal fotomoltiplicatore che la trasforma di nuovo

in una tensione oscillante. Questa comanda attraverso la valvola amplificatrice 5693 l'univibratore formato dalle due metà di una 6SN7. I valori delle costanti sono scelti in modo che la tensione media che si ha su una delle due placche delle 6SN7 risulti funzione praticamente lineare della frequenza della tensione di comando. Un voltmetro misura la differenza di potenziale fra questa placca e un punto a una tensione uguale a quella della placca stessa quando la

La costanza della trasmissione è legata da una parte alla stabilità della frequenza dell'oscillatore a rilassamento, dall'altra alla stabilità nell'ampiezza e durata degli impulsi dell'univibratore di ricezione. Si può raggiungere facilmente una costanza nel tempo dell'uno o due per cento usando per essi resistenze a filo e tensioni stabilizzate con valvole al neon. Per gli altri elementi del circuito non occorrono tensioni stabilizzate.

La trasmissione dei valori della tensione è fatta in modo assolutamente analogo; solamente si è usato al posto del multivibratore, un oscillatore a thyatron.

Siamo lieti di ringraziare il sig. FELICI CORINDO per l'aiuto datoci nella progettazione e messa a punto del dispositivo.



## Symmetry Correlations in Nuclear Reactions.

A. GAMRA (\*)

CERN (\*\*) - Theoretical Study Group

(ricevuto il 15 Febbraio 1954)

The exclusion principle, applied to a system of nucleons, amounts to certain restrictions on the symmetry of the wave function with respect to the exchange of the spatial, spin and isotopic spin coordinates of the nucleons. A convenient way to classify such symmetries is to introduce a set of five quantum numbers:  $P$ ,  $P'$ ,  $P''$  (the partition numbers of WIGNER <sup>(1)</sup>),  $S$  (the total intrinsic spin) and  $T$  (the total isotopic spin).

Of course, not all of them are independent, nor necessarily good quantum numbers:  $P$ ,  $P'$ ,  $P''$  are good ones if the nuclear forces are only of Wigner or Majorana type:  $S$  of Wigner, Majorana, Bartlett and Heisenberg type:  $T$  of charge independent character.

However, in any case, also when such quantum numbers are not good, it is by no means useless to ask what is the mixture of the different pure states (i.e. states specified by a single set of the above five quantum numbers). In

the same sense that it is not irrelevant to know what is the mixture of  $S$  and  $D$  states in the ground state of the deuteron, although  $L$  is not a good quantum number.

The purpose of the present letter is to stress the importance of such a knowledge for the study of nuclear forces, and to point out a method to get such an information, which seems not too far from the range of the present experimental possibilities. We want to prove in fact that a correlation exists between the spin and isotopic spin polarization of the particles emitted in a nuclear reaction, and that this polarization is in general different for different states of symmetry. So, if one is able to perform such experiments, one can draw some information on the mixture of different symmetries in the final state and therefore on the strength of the forces which tend to spoil the goodness of the above quantum numbers.

To be definite let us take only a simple example. Let an  $\text{He}^3$  atom be split as a consequence of a nuclear process (for instance the absorption of a  $\gamma$ -ray) into two protons and a neutron. Assume we have an experimental device to determine the nature of the particle emitted (proton  $p$  or neutron  $n$ ) as well as its state of polarization with respect to a

(\*) On leave from Istituto di Fisica dell'Università, Torino, Italy.

(\*\*) European Council for Nuclear Research. This work has been performed at the Institute for Theoretical Physics, University of Copenhagen.

<sup>(1)</sup> E. P. WIGNER: *Phys. Rev.*, **51**, 106 (1937); E. P. WIGNER and E. FEENBERG: *Rep. Prog. Phys.*, **8**, 274 (1941).

fixed  $z$ -axis: in the following we shall indicate the two spin states of a nucleon by  $a$  and  $b$ . Three such devices are now put in three different places, which we call  $A, B, C$ , to detect the decay products of  $\text{He}^3$ .

We count the coincidence  $(Apa)(Bpa)$  ( $Cna$ );  $(Apa)(Bpa)(Cnb)$ ;  $(Apa)(Bpb)$  ( $Cna$ ); where a symbol like  $(Apa)(Bpa)$  ( $Cnb$ ) means that the particle in  $A$  is a proton in the polarization state  $a$ ; the particle in  $B$  is a proton in the polarization state  $a$ ; the particle in  $C$  is a neutron in the polarization state  $b$ , and similarly.

The a priori possible states for the final system are 24 (a proton may go in each of the 6 states  $Aa, Ab, Ba, Bb, Ca, Cb$ ; if it goes in  $Ca$ , for instance, the only states for the other proton are the four  $Aa, Ab, Ba, Bb$ ; then only two states are left for the neutron. Therefore  $6 \cdot 4 \cdot 2 = 48$ ; but in this way each state is counted twice, since proton 1 going in  $Aa$  and proton 2 in  $Cb$  is the same as proton 1 in  $Cb$  and proton 2 in  $Aa$ ; so the number is actually 24). These states may be arranged in the different pure states, which are listed in the first column of table I, where we have denoted them both with the numbers  $P, P', P'', S, T$  and with the corresponding Young tableaux, for those among the readers more familiar with this other kind of notations<sup>(2)</sup>. It is quite elementary to write the wave function of these states and to deduce therefrom the relative probabilities of the different events. The results are summarized in Table I.

Of course, one can modify the experiment at will by displacing detector  $C$  or simply dropping it. In the former case one measures the probabilities at different energies, account being taken of the energy-momentum relation; in the

latter case one gets the probability of the processes  $\alpha + \beta$  compared with the probability of the two events in  $\gamma$ .

One more example, just to show how apparently different phenomena may be encompassed in a single scheme. Consider the decay of a  $\tau$ -meson into three  $\pi$ . It was shown by DALITZ<sup>(3)</sup> that, if charge independence holds, the ratio between the two competitive processes  $\tau^+ \rightarrow 2\pi^+ + \pi^-$  and  $\tau^+ \rightarrow 2\pi^0 + \pi^+$  must be between 1 and 4. It is easily proved in fact that this ratio is 4 if the wave function of the three decaying  $\pi$  is symmetric in the space coordinates, whereas it is one, if the special wave function belongs to the two dimensional representation of the symmetric permutation group on three variables. In this example, since the spin of the  $\pi$  is zero, the correlation is directly between the symmetry of space and isotopic spin coordinates of the wave function.

We shall not enter into the question of the significance of such information, which is actually information on the final state. So if there are no conservation laws, one can hardly say anything about the initial state. But anyhow *it is an information* which must be taken into account to get a more complete set of data as regards the process. And one may think that such kind of information is perhaps of more profound physical significance than other data, which are usually taken into account and which depend critically on the *form* (Yukawa, Gaussian, etc.) and not only on the *type* (of Wigner, Heisenberg, etc.) of the potential.



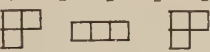


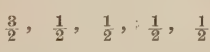
After this work was completed a paper by SIMON and WELTON<sup>(4)</sup> came our notice, in which these authors deal

<sup>(3)</sup> R. H. DALITZ: *Proc. Phys. Soc., A*, **66**, 710 (1953).

<sup>(2)</sup> A. GAMBA, R. MALVANO and L. A. RADICATI: *Phys. Rev.*, **87**, 441 (1952).

<sup>(4)</sup> A. SIMON and T. A. WELTON: *Phys. Rev.*, **90**, 1036 (1953); A. SIMON: *Phys. Rev.*, **92**, 1051 (1953).

TABLE I. — Relative probabilities ( $\alpha:\beta:\gamma$ ) of the different events in each state of symmetry.

$P, P', P'', S, T$ and the corresponding Young tableaux for space, spin and isotopic spin	$\alpha$ ( $Apa$ )( $Bpa$ ) ( $Cna$ )	$\beta$ ( $Apa$ )( $Bpa$ ) ( $Cnb$ )	$\gamma$ ( $Apa$ )( $Bpa$ )( $Cna$ ) or ( $Apa$ )( $Bpb$ )( $Cnb$ )	Number of states of each symmetry
$\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}$ 	3	1	1	4
$\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 	0	1	1	4
$\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ 	3	1	1	8
$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ 	0	0	1	2
$\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ 	0	4	1	2
$\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ 	0	1	1	4

with the polarization of particles emitted in nuclear reactions. They treat the problem with the standard technique of RACAH as a generalization of the usual problem of angular correlation. What has escaped their attention, however, is the fact that in reactions of the type we considered the polarization effects are completely independent from the azimuthal quantum numbers  $l$  (apart from the trivial consequences of conservation of total angular momentum) and depend only on the symmetries of the wave function with respect to permutations.

To put it in a different way, as RACAH<sup>(5)</sup> pointed out to the earlier investigators of angular correlation phenomena that the natural development of the correlation function was not a development in power of cosines, but in a series of spherical harmonics, in the same way we point out that the natural way to deal with the polarization for certain reactions is not to use spherical harmonics but to take account of the symmetries with respect to permutations.

(<sup>5</sup>) G. RACAH: *Phys. Rev.*, **84**, 910 (1951).

## Su un'equazione alle differenze finite per l'elettrone classico.

F. DUIMIO

*Istituto di Scienze Fisiche dell'Università - Milano*  
*Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sezione di Milano*

(ricevuto il 16 Febbraio 1954)

Recentemente P. CALDIROLA <sup>(1)</sup> ha proposto un'equazione alle differenze finite, relativisticamente invariante, per la descrizione del moto classico di un elettrone in un campo esterno. Essa permette di calcolare il moto della particella su una successione discreta di punti cronotopici aventi l'uno dall'altro distanza spazio-temporale (tempo proprio) finita e costante. Nei punti interni a ciascuno di tali intervalli il moto può essere a priori qualunque, purchè esso si ripeta in ogni intervallo (soluzioni periodiche) <sup>(2)</sup>.

Ci proponiamo qui di mostrare come la suddetta equazione possa mettersi in relazione con una particolare forma di interazione fra campo elettromagnetico ed elettrone.

Ricordiamo allo scopo come l'elettrodinamica classica sia deducibile, in una formulazione di azioni a distanza, dal principio variazionale di Fokker:

$$(1) \quad \delta \left\{ \sum_a m_a \int (dx_a^\mu dx_{a\mu})^{\frac{1}{2}} + \sum_a \sum_b e_a e_b \iint \delta(\xi_{ab}^\nu \xi_{ab\nu}) dx_{a\mu} dx_b^\mu \right\} = 0,$$

con  $\xi_{ab}^\nu = x_a^\nu - x_b^\nu$ , dal quale si ricavano le seguenti equazioni del moto per la particella  $a$ ):

$$(2) \quad m_a \frac{d}{d\tau_a} \left( \frac{dx_a^\mu}{d\tau_a} \right) = e_a \frac{dx_{a\alpha}}{d\tau_a} \sum_{(b \neq a)} F_b^{\mu\nu},$$

con

$$F_b^{\mu\nu} = \frac{\partial A_b^\nu}{\partial x_a^\mu} - \frac{\partial A_b^\mu}{\partial x_a^\nu},$$

$$A_b^\mu = e_b \int \delta(\xi_{a\sigma}^\nu \xi_{ab\nu}) dx_b^\mu.$$

<sup>(1)</sup> P. CALDIROLA: *Nuovo Cimento*, **10**, 1747 (1953).

<sup>(2)</sup> Per un'eventuale significato fisico di queste soluzioni si veda: P. CALDIROLA: *Nuovo Cimento*, **11**, 108 (1954).



Si noti che i potenziali  $A_b^\mu$  anzichè i consueti potenziali ritardati sono la semi-somma dei potenziali ritardati e di quelli anticipati, onde:

$$F_b^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left\{ F_b^{\mu\nu}{}_{\text{rit}} + F_b^{\mu\nu}{}_{\text{ant}} \right\}.$$

Secondo il punto di vista di WHEELER e FEYNMAN <sup>(3)</sup>, la (2) è però equivalente ad un'equazione che contenga solo gli ordinari potenziali ritardati, e nella quale si tenga conto anche dell'irraggiamento: in altri termini essa coincide con la equazione di Lorentz-Dirac per l'elettrone puntiforme <sup>(4,5)</sup> di cui sono note le difficoltà. Inoltre dal punto di vista di una teoria in cui le azioni tra particelle si suppongono trasmesse da un campo, si deve ammettere che ogni particella agisca anche su se stessa, onde nella doppia somma in (1) vanno inclusi anche i termini con  $b=a$  che portano a una energia intrinseca (coulombiana) infinita, associata ad ogni particella carica puntiforme.

Si può ovviare a questa difficoltà considerando una forma modificata di interazione elettrone-campo e.m. quale quella che si ottiene sostituendo alla  $\delta(\xi_{ab}^\nu \xi_{ab\nu})$ , che compare nel secondo integrale della (1), una opportuna  $f(\xi_{ab}^\nu \xi_{ab\nu})$  che differisca poco dalla  $\delta$  all'infuori che nelle immediate vicinanze dei punti  $\xi_{ab}^\nu \xi_{ab\nu} = 0$  <sup>(6)</sup>.

Assumeremo per tale  $f$  l'espressione <sup>(7)</sup>:

$$(3) \quad \delta(\xi_{ab}^\nu \xi_{ab\nu} - \lambda^2).$$

Con ciò i termini con  $b=a$  nella (1) saranno del tipo

$$(4) \quad e_a^2 \iint \delta(\xi_{aa'}^\nu \xi_{aa'\nu} - \lambda^2) u_{a\mu} u_{a'}^\mu d\tau_a d\tau_{a'}$$

con:

$$u_{a\mu} = \frac{dx_{a\mu}}{d\tau_a}.$$

Eseguito nella (4) l'integrazione su  $\tau_{a'}$ , ricordando note proprietà della funzione  $\delta$  (vedi appendice (4)), dopo alcune trasformazioni algebriche, si ottiene:

$$(5) \quad e_a^2 \int \frac{1}{2\lambda} u_{a\mu}(\tau_a) [u_a^\mu(\tau_a + \lambda) + u_a^\mu(\tau_a - \lambda)] d\tau_a.$$

Se la massa dell'elettrone è supposta di origine e.m., essa sarà data dalla (5) e

<sup>(3)</sup> J. A. WHEELER and R. P. FEYNMAN: *Rev. Mod. Phys.*, **17**, 157 (1945); **21**, 425 (1949).

<sup>(4)</sup> P. A. M. DIRAC: *Pr. Roy. Soc. London*, **167**, 148 (1938).

<sup>(5)</sup> J. ELIEZER: *Rev. Mod. Phys.*, **19**, 147 (1947).

<sup>(6)</sup> R. P. FEYNMAN: *Phys. Rev.*, **74**, 939 (1948).

<sup>(7)</sup> A. LANDE: *Phys. Rev.*, **76**, 1176 (1949); **77**, 814 (1950).

nel principio (1) si dovrà porre  $m_a=0$ . Con ciò esso si scriverà:

$$\delta \left\{ \sum_a e_a^2 \int \frac{1}{2\lambda} u_{a\mu}(\tau_a) [u_a^\mu(\tau_a + \lambda) + u_a^\mu(\tau_a - \lambda)] d\tau_a + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{a \sum_b \\ (a \neq b)}} e_a e_b \iint \delta(\xi_{ab}^\nu \xi_{ab\nu} - \lambda^2) u_{a\mu} u_b^\mu d\tau_a d\tau_b \right\} = 0.$$

Le corrispondenti equazioni di Eulero-Lagrange, daranno (OSTROGRADSKI <sup>(8)</sup>) le equazioni del moto per la particella  $a$  (per semplicità si sono omissi gli indici  $a$ ):

$$(6) \quad e \left( \frac{\partial \bar{A}^\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial \bar{A}^\mu}{\partial x^\nu} \right) u_\nu = \frac{e^2}{2\lambda} \frac{d}{d\tau} [u^\mu(\tau + \lambda) + u^\mu(\tau - \lambda)],$$

con

$$\bar{A}^\mu = \sum_{\substack{b \\ (b \neq a)}} e_b \int \delta(\xi_{ab}^\nu \xi_{ab\nu} - \lambda^2) u_b^\mu d\tau_b.$$

Essendo  $\bar{F}^{\mu\nu} u_\mu u_\nu = 0$ , dovrà essere:

$$(7) \quad u_\mu \left[ \dot{u}^\mu + \frac{\lambda^2}{2} \ddot{u}^\mu + \dots \right] = 0,$$

che risulta soddisfatta se  $\dot{u}^\mu$  è una funzione periodica.

Si verifica allora che la (6) è equivalente alla seguente equazione alle differenze finite:

$$(8) \quad e \bar{F}^{\mu\nu} u_\nu = k \frac{e^2}{2\lambda^2} \{ [u^\mu(\tau + \lambda) - u^\mu(\tau - \lambda)] + u^\mu \nu_\nu [u^\nu(\tau + \lambda) - u^\nu(\tau - \lambda)] \},$$

dove  $k$  è un coefficiente numerico arbitrario.

Questa permette di calcolare le  $u_\mu$  in una successione discreta di punti del crono-topo, separati l'un l'altro dall'intervallo elementare  $\lambda$ . Nei punti interni di ogni intervallo le  $u_\mu$  possono assumere valori arbitrari, purchè essi si ripetano (a meno di una costante additiva) in ogni intervallo. In tal modo è rispettata la condizione per cui sussiste la (7) essenziale per derivazione della (8) e viene fissato il periodo delle  $\dot{u}_\mu$  (e quindi delle  $u_\mu$ ) uguale a  $\lambda$ .

Ponendo

$$m_0 = k \frac{e^2}{2\lambda},$$

il coefficiente  $k$  determina la relazione tra la massa della particella e  $\lambda$ ; con  $k=2/3$  questa relazione coincide con quella assunta da CALDIROLA in <sup>(1)</sup> e che è connessa ad alcune considerazioni dallo stesso sviluppate in <sup>(2)</sup>.

<sup>(8)</sup> Vedi per esempio: WHITTAKER: *Analytical Dynamics*, cap. X.

Dalla (8) scritta nella forma:

$$(8') \quad \frac{1}{2} e [\bar{F}_{\text{ant}}^{\mu\nu} + \bar{F}_{\text{rit}}^{\mu\nu}] u_\nu = \frac{m_0}{2\lambda} \{ [u^\mu(\tau + \lambda) - u^\mu(\tau) + u^\mu(\tau) - u^\mu(\tau - \lambda)] + \\ + u^\mu u_\nu [u^\nu(\tau + \lambda) - u^\nu(\tau) + u^\nu(\tau) - u^\nu(\tau - \lambda)] \}$$

appare chiaramente l'azione dei campi anticipati e ritardati sul moto della particella.

L'equazione:

$$(9) \quad e \bar{F}_{\text{rit}}^{\mu\nu} u_\nu = \frac{m_0}{\lambda} \{ [u^\mu(\tau) - u^\mu(\tau - \lambda)] - u^\mu u_\nu [u^\nu(\tau) - u^\nu(\tau - \lambda)] \},$$

nella quale si considera la sola azione dei potenziali ritardati, contiene dei termini aggiuntivi rispetto alla (8) a cui è legato <sup>(3,6)</sup> l'irraggiamento della particella.

Per ogni problema relativo al moto di una particella si può senz'altro supporre  $F^{\mu\nu} = F^{\mu\nu}$  (essendo  $F^{\mu\nu}$  il tensore ordinario del campo), ottenuto dai potenziali  $A^\mu$  (col termine  $\delta(\xi_{ab}^\nu \xi_{ab\nu})$  invece che con  $\delta(\xi_{ab}^\nu \xi_{ab\nu} - \lambda^2)$ ).

In tal modo la (9) si riduce esattamente all'equazione di CALDIROLA.

Nell'interazione di particelle molto ravvicinate, sorgono, per la presenza del  $\lambda$  nella  $\delta$ , problemi delicati probabilmente connessi con la possibilità di una teoria di particelle a masse variabili <sup>(9)</sup>.

Concludiamo osservando come l'approssimazione non relativistica della (9) conduca ad un'equazione identica a quella dedotta da ELIEZER <sup>(10)</sup> da un modello di elettrone finito, sferico, con carica distribuita sulla superficie e del quale le caratteristiche peculiari (soluzioni auto oscillanti) sono state studiate da BOHM e WEINSTEIN <sup>(11)</sup>.

Ringrazio il prof. P. CALDIROLA per l'incoraggiamento e le proficue discussioni.

<sup>(9)</sup> A. SCHILD: *Phys. Rev.*, **92**, 1009 (1953).

<sup>(10)</sup> J. ELIEZER: *Proc. Cambr. Phil. Soc.*, **40**, 198 (1950).

<sup>(11)</sup> D. BOHM and M. WEINSTEIN: *Phys. Rev.*, **74**, 1789 (1948).

## Remarks on the Decay of a Meson-Active Triton.

A. BONETTI, R. LEVI SETTI, M. PANETTI

*Istituto di Scienze Fisiche dell'Università - Milano*  
*Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sezione di Milano*

L. SCARSI

*Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sezione di Milano*

G. TOMASINI

*Istituto di Fisica dell'Università - Genova*

(ricevuto il 18 Febbraio 1954)

In a previous paper we described an unstable fragment ejected from a nuclear disintegration <sup>(1)</sup>. The experimental data were consistent with the assumption that the fragment was an excited triton undergoing mesonic decay following the scheme:



We regret that in our reference to similar events observed by other authors <sup>(2-4)</sup>, we omitted the examples of PETERS <sup>(5)</sup> and of FREIER <sup>(6)</sup>. In Freier's event the observed energy release is comparable with that of the  $\Lambda^0$  as in <sup>(4)</sup> and in our case.

<sup>(1)</sup> A. BONETTI, R. LEVI-SETTI, M. PANETTI, L. SCARSI and G. TOMASINI: *Nuovo Cimento*, **11**, 210 (1954).

<sup>(2)</sup> M. DANYSZ and J. PNIEWSKY: *Phil. Mag.*, **44**, 348 (1953).

<sup>(3)</sup> D. A. TIDMAN, G. DAVIS, A. J. HERZ and R. M. TENNENT: *Phil. Mag.*, **44**, 350 (1953).

<sup>(4)</sup> J. CRUSSARD and D. MORELLET: *C. R. des Séances de l'Ac. Sc.*, **236**, 64 (1953).

<sup>(5)</sup> D. LAL, YASH PAL and B. PETERS: *Phys. Rev.*, **92**, 438 (1953).

<sup>(6)</sup> Reported by Prof. NEY, Bagnères Conference, mimeographed report, 1953.

Following a suggestion of Prof. POWELL, we can consider the implication of the difference between the observed energy release in our event, and the  $Q$ -value of the free  $\Lambda^0$ , of which the best estimate is  $37,3 \pm 0,5 \text{ MeV}$  <sup>(7)</sup>. On the assumption that in the excited triton a neutron is replaced by a  $\Lambda^0$ , we can calculate the quantity  $\Delta$  defined by the equation:

$$\Delta = m_{He_2^3} + m_{\pi^-} + Q_{\text{exp}} - m_{H_1^3} - (m_{\Lambda^0} - m_n).$$

In our case  $\Delta = 5.1 \pm 1.1 \text{ MeV}$ . This quantity can be regarded as representing the difference between the binding energies of the last neutron and the  $\Lambda^0$  in the triton; thus the binding energy of the  $\Lambda^0$  would be about 1 MeV, to be compared with 6,24 MeV neutron binding. This low value can be compared with the value relative to the event

<sup>(7)</sup> H. FRIEDLANDER and M. MERLIN: private communication, by courtesy of Prof. POWELL.



reported by HILL et al. <sup>(\*)</sup>, where an excited  $\text{He}_2^4$  appears to disintegrate

(\*) R. D. HILL, E. O. SALANT, M. WIGDOFF, L. S. OSBORNE, A. PEVSNER, D. M. RITSON, J. CRUSSARD and W. D. WALKER: *Bull. of Am. Phys. Soc.*, **29**, 60 (1954).

with the emission of a  $\pi$ -meson. The binding energy of the  $\Lambda^0$  turns out to be about 4 MeV, while the neutron binding in the  $\text{He}_2^4$ -nucleus is 20 MeV.

We express our thanks to Dr. B. TOUSCHEK for valuable discussions.

A. SEGRÈ, Editor — *Experimental Nuclear Physics*, vol. I, ix + 789 pages. J. Wiley and Sons Inc., New York; Chapman and Hall, Lim. London, 1953.

Il più recente tentativo di riassumere in una sola opera tutte le nostre conoscenze sulla struttura dei nuclei si può dire sia stato quello rappresentato dai tre notissimi articoli di BETHE, BETHE e BACHER e BETHE e LIVINGSTON, pubblicati nelle *Reviews of Modern Physics* del 1937-38. Tutti coloro che in questi ultimi quindici anni si sono comunque occupati di fisica nucleare sanno di che utilità sia stata tale rassegna e come ancor oggi accada di ricorrere ad essa per dati o informazioni necessari al lavoro quotidiano.

Quindici anni sono tuttavia un periodo assai lungo per la fisica nucleare, non solo per la mole imponente dei risultati acquisiti nel loro corso, ma anche perchè questi hanno visto conchiudersi un'epoca della ricerca nucleare ed aprirsene un'altra. Invecchiati dunque irrevocabilmente gli articoli di BETHE, mentre la teoria del nucleo ha trovato una chiara ed ordinata esposizione del suo stato attuale nel bel volume di BLATT e WEISSKOPF, mancava fino ad oggi un'opera in cui il fisico sperimentale trovasse un'esposizione aggiornata delle tecniche nonchè una ragionata elaborazione della mole ormai enorme di risultati sperimentali acquisiti e l'indicazione delle linee fondamentali delle relative interpretazioni teoriche.

Il compito di colmare questa lacuna, che si andava facendo di anno in anno

più grave sia per ciò che concerne la formazione dei giovani ricercatori, sia per ciò che concerne lo stesso andamento del lavoro di ricerca, è stato affrontato da E. SEGRÈ in una vasta opera in tre volumi, di cui questo è il primo. Non era ormai più possibile sperare che un solo Autore potesse abbracciare con la competenza dello specialista tutto il campo, ormai estesissimo e suddiviso in tante branche particolari, della fisica nucleare. Perciò i vari argomenti sono stati affidati ad Autori diversi, tutti assai qualificati dalla loro attività di ricercatori.

Questo primo volume, suddiviso in cinque parti, esaurisce lo studio preliminare delle tecniche per la rivelazione di particelle e delle interazioni delle radiazioni con la materia, oltre a quella parte della fisica nucleare che si suole generalmente chiamare «statica dei nuclei», escludendone per altro la disintegrazione beta. Si ha quindi un primo articolo di H. H. STAUB sui metodi di rivelazione di particelle e un secondo di H. A. BETHE e J. ASHKIN sul passaggio delle radiazioni attraverso la materia. Dei tre restanti articoli, i primi due, dovuti entrambi a N. F. RAMSEY, riguardano momenti nucleari e statistiche l'uno, e il problema del deutone l'altro. L'ultimo è un ampio articolo di K. T. BAINBRIDGE sulla determinazione delle abbondanze relative degli isotopi e sulla misura di precisione delle masse atomiche.

Dei cinque articoli, il meno felice è probabilmente il primo, che risulta anche meno aggiornato degli altri, (fine 1950, anzichè fine 1951). Esso riassume in 165 pagine i principi di funzionamento,

gli schemi costruttivi ed i metodi d'impiego di tutte le principali tecniche in uso per la rivelazione di particelle. A nostro giudizio, esso fa troppo poco uso di richiami bibliografici, per quelle tecniche di cui esistono trattazioni ormai classiche e una estesissima bibliografia, già criticamente selezionata ed elaborata: in questi casi basterebbe un ordinato e chiaro riassunto dei risultati, se corredato dai necessari rimandi. Ne deriva una spiacevole sproporzione a danno delle tecniche più recenti e più promettenti: per citare un esempio, contro ventisette pagine dedicate alle camere di ionizzazione, ve ne sono solo tre dedicate ai contatori a scintillazione e sette alle lastre nucleari. Analogamente, abbastanza arbitraria si presenta la selezione di circuiti del capitolo dedicato all'elettronica. Queste sproporzioni si spiegano naturalmente in buona parte se si considera la data di chiusura del lavoro, ma è spiacevole che in un'opera di tanta importanza, proprio l'articolo dedicato alle tecniche di rivelazione risulti già sensibilmente invecchiato.

Inutile dire che il secondo articolo « Passaggio delle radiazioni attraverso la materia » è viceversa assai bello e completo, nei limiti delle interazioni alle basse energie. Nelle tre sezioni di complessive 192 pagine, dedicate rispettivamente alle particelle pesanti, ai raggi beta e ai raggi gamma, lo sperimentale trova tutte le formule fondamentali con una chiara indicazione del loro significato e dei loro limiti di validità, abbondanza di grafici posti in forma idonea all'uso immediato e di dati numerici significativi, ed inoltre, per ogni argomento, un completo avviamento bibliografico.

Nel terzo articolo « Momenti nucleari e statistiche », comprendente 109 pagine, dopo aver definito i momenti nucleari e trattato rapidamente le interazioni di un nucleo coi campi atomico e molecolare, si espongono i principi su cui sono basati i numerosi procedimenti diretti e indi-

retti per la misura dei momenti: dall'esame delle strutture iperfini, ai vari metodi basati sull'impiego di raggi di vapore, dall'induzione nucleare alla spettroscopia con microonde. Occorre dire che questa parte risulta necessariamente sommaria e che, d'altronde, è dubbio, data la complessità dell'argomento, che possa, in questi limiti, risultare molto utile al non specialista. L'articolo termina con alcune tabelle riassuntive i risultati sperimentali noti fino al 1° gennaio 1952, largamente corredati da indicazioni bibliografiche. Alle tabelle fanno seguito alcune utili pagine a commento dei dati in esse contenuti, al fine di chiarirne il significato nel quadro delle idee correnti sulla costituzione dei nuclei.

Il quarto articolo, di 90 pagine, tratta « Il problema nucleare dei due corpi ed elementi della struttura dei nuclei ». Dopo una breve introduzione sui costituenti e sulle forze nucleari, viene trattato a fondo il problema dei due corpi. I vari aspetti di esso: il deutone, la diffusione di neutroni da protoni liberi, la fotodisintegrazione del deutone, la cattura di neutroni da parte di protoni, l'urto protone-protone, sono esposti assai chiaramente discutendo prima i dati sperimentali e poi l'interpretazione di essi nel quadro della teoria. Alcune pagine sono poi dedicate alle teorie mesoniche delle forze nucleari. Infine molto rapidamente e sommariamente si accenna al problema di tre o quattro corpi e alla struttura dei nuclei più pesanti. Raggi nucleari, espressioni semiempiriche per le masse atomiche, stabilità degli isobari, struttura a shell dei nuclei: il tutto viene poco più che accennato in una decina di pagine. Probabilmente, alcuni di questi argomenti verranno poi ripresi in altri articoli dell'opera.

Assai interessante, e in parte abbastanza nuovo per un trattato di fisica nucleare, l'ultimo articolo di 208 pagine: « Dinamica e ottica di particelle cariche. Abbondanze relative degli isotopi degli elementi. Masse atomiche ». A parte una



breve introduzione a carattere storico, l'articolo è, come indica il titolo, suddiviso in tre parti. Nella prima, vengono esposti con una certa ampiezza i risultati dei calcoli relativi all'ottica focalizzanti. La trattazione, limitata in genere al caso classico (il caso relativistico, interessante gli spettrometri beta, è rimandato al volume III) è orientata in modo particolare verso la spettrografia di massa; il suo interesse è però assai più ampio. La seconda parte tratta della determinazione delle abbondanze. Dopo una rapida ma chiara descrizione dei vari tipi di spettrometri di massa (compresi quelli trocoidale e a radiofrequenza), sono discusse le possibili cause di errore nelle misure di questo tipo. L'ultima parte dell'articolo è dedicata alle misure di precisione delle masse atomiche, con spettrografi e spettrometri di massa e spettrometri a radiofrequenza, oppure attraverso l'esame degli spettri di microonde e la determinazione delle energie di reazione nucleari. In ogni caso sono discussi i limiti di precisione ottenibile e le principali cause di errore. L'articolo termina con un gruppo di tabelle aggiornate al 1° gennaio 1952, tra cui segnaliamo: quella delle abbondanze relative degli isotopi stabili di ciascun elemento, quella delle energie di reazione nucleari conosciute e quella delle masse atomiche. Ogni tabella è corredata da ampie indicazioni bibliografiche ed il loro complesso costituisce un utilissimo strumento di lavoro per il ricercatore.

Come si vede, già da questo primo volume, l'opera si presenta come veramente importante sotto ogni punto di vista. Sarà naturalmente necessario attendere il suo completamento, per poter dare un giudizio sintetico sulla sua completezza e sulla opportunità dei criteri di ordinamento. Ciò che però si può con sicurezza dire fin da ora è che essa è destinata ad essere per parecchi anni il testo fondamentale dei giovani che s'avviano allo studio della fisica nucleare e il

trattato di consultazione più corrente, sempre a portata di mano del ricercatore in questo campo.

M. AGENÓ

K. PRZIBRAM - *Verfärbung und Lumineszenz*, XIII + 275 pagg., 69 figg., Springer, Wien, 1953.

Esistono in natura, come è noto, cristalli come, per esempio, il salgemma e la fluorite, che possono presentare colorazioni accidentali. Tali colorazioni si accompagnano spesso a fenomeni di luminescenza. Anche cristalli artificiali o cristalli naturali non colorati possono venir colorati artificialmente, per esempio, mediante riscaldamento in presenza di vapori metallici o esposizione ai raggi X.

Alcuni anni fa sono stati proposti dei modelli di « centri di colore » in base ai quali è possibile interpretare in modo abbastanza soddisfacente alcuni tra i fenomeni presentati dai cristalli colorati. La formazione dei centri di colore è dovuta alla presenza nei reticoli reali di difetti, dei quali è stata riconosciuta l'importanza nel determinare anche altre notevoli proprietà dei cristalli. I fenomeni descritti nel volume del PRZIBRAM sono perciò di grande interesse nella moderna fisica dei solidi.

Il volume consta di due parti. Nella prima, dopo una breve introduzione storica, una rassegna dei vari metodi per la colorazione artificiale dei cristalli e una descrizione di alcuni apparati spettrofotometrici adatti all'analisi delle colorazioni, vengono trattati i seguenti argomenti: colorazione, scolorazione e cambiamenti di colore degli alogenuri alcalini e di altre sostanze; influenza delle impurezze e del trattamento termico e meccanico sulla colorazione; effetto fotoelettrico in cristalli colorati; centri di colore e teorie relative; colorazione dei vetri; vari tipi di luminescenza presentati dai cristalli colorati.



La seconda parte, che presenta un interesse soprattutto mineralogico e geologico, comprende oltre metà del volume. In essa vengono passati in rassegna i cristalli che possono presentare colorazioni accidentali naturali e discusse le possibili cause di tali colorazioni. Vengono inoltre completate le notizie sulle colorazioni artificiali, sulle luminescenze, ecc., per i cristalli non trattati nella prima parte.

Il volume del PRZIBRAM costituisce soprattutto una scrupolosa rassegna dei risultati sperimentali finora raggiunti, dai più antichi ai più recenti. Sotto questo aspetto esso potrà riuscire utile anche agli specialisti. Le fitte citazioni non appesantiscono però il libro del quale specialmente la prima parte potrà esser letta con profitto anche da chi voglia introdursi nell'argomento.

La parte teorica è relativamente poco sviluppata; per questa l'Autore rimanda ad altri trattati o rassegne. Come è dichiarato nella prefazione, fatti e ipotesi vengono mantenuti per quanto possibile separati. L'interpretazione dei risultati sperimentali viene data per lo più solo quando essa sembra sufficientemente sicura. Questo può essere un plausibile criterio di prudenza, trattandosi di materia ancora alquanto lontana da una sistemazione definitiva.

L. GIULOTTO

*Convegno di Scienze fisiche, matematiche e naturali, 14-19 settembre 1952. Problemi della fisica solare.* Accademia Nazionale dei Lincei. Fondazione Alessandro Volta. Atti dei Convegni. Vol. XI, pagg. 332. Roma, 1953.

L'undicesimo volume degli Atti dei Convegni Volta pubblicato dall'Accademia Nazionale dei Lincei contiene le relazioni svolte da astronomi italiani e stranieri convocati a Roma e a Firenze dal 14 al 19 settembre 1952 per l'XI Convegno.

Il tema generale « Problemi di fisica solare » venne suddiviso in otto sottotemi.

Nel primo sottotema: « L'atmosfera solare » il prof. UNSÖLD espone le sue nuove vedute sulla stratificazione dell'atmosfera solare che conducono ad una interpretazione molto diversa, da quella fino ad ora accettata, delle osservazioni spettroscopiche. Seguono le relazioni del dott. HOUTGAST che porta una prova sperimentale della teoria di UNSÖLD, del dott. MICHAUD sulla quantità di elio ed idrogeno del Sole (tale rapporto è molto importante perchè connesso con i problemi dell'evoluzione stellare), del professor MINNAERT che espone i risultati di misure fotoelettriche per determinare la differenza di temperatura fra i poli e l'equatore solare (i risultati ottenuti confermano quelli ottenuti da ABETTI e CASTELLI 15 anni fa alla torre solare di Arcetri), del prof. RIGHINI sulla determinazione dell'oscuramento al bordo del Sole durante le eclissi parziali.

Nel secondo sottotema: « Fotosfera e cromosfera » le relazioni del prof. LINDBLAD e del dott. HOUTGAST che indipendentemente hanno ottenuto risultati a favore di una bassa temperatura della cromosfera e di una elevata turbolenza, mentre la relazione del prof. REDMAN sembra invece a favore dell'alta temperatura e bassa turbolenza. Il prof. ELLISON espone le osservazioni dei fenomeni solari da lui eseguite allo spettroelioscopio nell'ultimo quinquennio e tratta le conseguenze geofisiche della radiazione ultravioletta e corpuscolare del Sole soprattutto per quanto riguarda la ionizzazione dello strato D della ionosfera. Il prof. KIEPENHEUER si intrattiene sulla vita delle perturbazioni solari e sullo sviluppo di un centro attivo, mentre il prof. RIGHINI mette in evidenza la probabile turbolenza della cromosfera dedotta da misure della larghezza della riga  $H_{\alpha}$ .

Nel terzo sottotema: « Protuberanze », L. ed M. D'AZAMBUJA riferiscono sulla migrazione delle protuberanze verso i poli

già trovata in Arcetri del prof. ABETTI e collaboratori. Il prof. KIEPENHEUER tratta della relazione tra protuberanze e corona e del probabile meccanismo della condensazione della materia coronale. Seguono le relazioni del prof. OHMAN, che annuncia di aver osservato delle protuberanze oscure, del prof. TEN BRUGGEN-CATE che si intrattiene sulla temperatura delle protuberanze e del prof. RIGHINI che riferisce sullo spettro di una protuberanza quiescente.

Nel quarto sottotema: « La corona » il prof. WALDMEIER riassume i risultati ottenuti in un ciclo di osservazioni della corona. Seguono le relazioni dei proff. COLACEVICH, RIGHINI, FRACASTORO e CIMINO che riferiscono sui risultati preliminari relativi all'eclisse totale di Sole del 25 febbraio 1952.

Nel quinto sottotema: « Elettrodinamica solare » il prof. CIMINO espone la probabile pulsazione del Sole dedotta da oltre 60 anni di osservazioni. Segue un contributo del prof. SCHWARZSCHILD sulla possibile oscillazione del Sole a periodo 22 anni e sulle cause che potrebbero spiegare la nascita delle macchie e il loro cambiamento di polarità. Il prof. MENZEL svolge la teoria magneto-idrodinamica delle protuberanze ed il prof. ALFVÉN riferisce sul comportamento dei liquidi ad alta conduttività in campo magnetico.

Nel sesto sottotema: « Campi magnetici solari » il prof. GROTRIAN tratta del campo magnetico delle macchie solari, il prof. KIEPENHEUER illustra i metodi impiegati per la misura di campi magnetici deboli e quindi espone un lavoro dei

proff. BABCOCK, padre e figlio, sul campo magnetico generale del Sole ed il professor ABETTI illustra le sue ricerche sulla posizione dei poli magnetici solari.

Nel settimo sottotema: « Radioemissioni solari » il dott. RYLE espone i metodi impiegati per lo studio del radio-sole che risulta di forma ellittica e con diametro notevolmente superiore a quello del sole ottico e presenta una osservazione sensazionale cioè quella della occultazione di una radio-stella da parte della corona solare. Il prof. WALDMEIER discute sulla radiazione emessa dalle condensazioni coronali ed i proff. ÖHMAN e RYDBECK espongono i risultati ottenuti durante l'eclisse di Sole del 25 febbraio 1952 riguardanti la variazione della ionizzazione degli strati E ed F in corrispondenza dell'occultamento di un filamento solare da parte della Luna.

Nell'ottavo sottotema: « Nuovi metodi per lo studio del Sole » il prof. MENZEL illustra la strumentazione del nuovo osservatorio di alta montagna a Sacramento Peak (New Mexico).

Il volume che contiene le relazioni originali ed i punti principali delle interessanti discussioni che seguirono è stato egregiamente curato dal Segretario del Convegno Volta prof. G. RIGHINI.

Si può dire che in questo importante Convegno si è avuta una messa a punto dei problemi più attuali della fisica solare che in questi ultimi anni hanno occupato, e continuano ad occupare, uno dei primi posti nello sviluppo dell'astrofisica.

M. C. BALLARIO